



CS de mathématique en 5FM-MEc

- Veuillez traiter chaque question sur une feuille séparée.

1. a. Définissez *espace vectoriel réel* et donnez-en un exemple. Précisez les lois de composition relatives à votre exemple.
 b. L'ensemble \mathbb{R}^2 équipé de son addition habituelle et de la multiplication scalaire suivante $\forall \lambda \in \mathbb{R}, \forall (a,b) \in \mathbb{R}^2 : \lambda \cdot (a,b) = (\lambda a, b)$, n'est pas un espace vectoriel réel. Justifiez.
 c. Définissez en détail chaque terme intervenant dans la notion de *repère orthonormé*.

2. a. Définissez *sinus* à la manière d'Aryabhata (début du VI^e siècle) et d'une manière moderne en précisant bien les contextes ancien et moderne.
 b. Définissez *cosinus* de manière sémantique et de manière moderne.
 c. Prouvez que pour tout angle x judicieusement choisi: $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$. Donnez les conditions qui définissent ce choix judicieux.
 d. Énoncez la "formule" de $\cos(a - b)$ et démontrez-la en vous servant du calcul vectoriel.

3. a. Vérifiez l'identité: $\frac{\operatorname{tg}^2 2a - \operatorname{tg}^2 a}{1 - \operatorname{tg}^2 2a \cdot \operatorname{tg}^2 a} = \operatorname{tg} 3a \cdot \operatorname{tga}$.
 b. Sachant que a, b et c sont les angles d'un triangle, vérifiez:

$$\sin^2 a + \sin^2 b + \sin^2 c - 2 \cos a \cos b \cos c = 2.$$
 c. Résolvez les équations et inéquations suivantes et représentez leurs solutions sur le cercle trigonométrique:
 1). $\sin 2x = -0,31$
 2). $\cos 3x < -0,475$

4. Résolvez les équations et inéquations suivantes et représentez leurs solutions sur le cercle trigonométrique:
 a. $\cos x = \sin^2 x - \cos^2 x$
 b. $5 \sin^2 x - 2 \cos^2 x - 3 \sin x \cos x = 0$
 c. $2 \sin x + 3 \cos x = 4$
 d. $\frac{2 \cos x - 3 \sin x}{\cos x} \geq 0$
 e. $2 \sin x + 2 \cos x > \sqrt{3}$