



## CS de mathématique en 5FM MEc

- Veuillez traiter chaque question sur une double feuille à en-tête du Collège.
- Le CS doit être terminé à 12h20.

### I. Trigonométrie

- a. Énoncez et démontrez la "formule" de  $\sin p + \sin q$ .
- b. Factorisez :  $\sin a + 2 \sin 3a + \sin 5a$
- c. Sachant que  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont les angles d'un triangle, vérifiez:
 
$$\operatorname{tg} \frac{a}{2} \operatorname{tg} \frac{b}{2} + \operatorname{tg} \frac{b}{2} \operatorname{tg} \frac{c}{2} + \operatorname{tg} \frac{c}{2} \operatorname{tg} \frac{a}{2} = 1$$
- d. Résolvez les équations et inéquations suivantes et représentez leurs solutions sur le cercle trigonométrique:
  - 1)  $2 \sin x + 3 \cos x = 2$
  - 2)  $2 \sin^2 \frac{x}{2} - \sin \frac{x}{2} - 1 \geq 0$

### II. Continuité et limites

- a. Voici la fonction  $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} x + 1 & \text{si } x < 2 \\ -x + 2 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$ 
  - 1) Établissez son graphe cartésien.
  - 2) Prouvez qu'elle n'est pas continue en 2.
  - 3) Prouvez qu'elle est continue en 5.
- b. Précisez et justifiez le contexte dans lequel la notion de limite est définie.
- c. Définissez  $\lim_a$

### III. Calcul des limites

- a.  $\lim \frac{x^3 - 5x + 4}{x^4 - 6x + 5}$  en 1 et en  $+\infty$
- b.  $\lim_2 \frac{\sqrt{3x-2} - \sqrt{2x}}{\sqrt{x+2} - 2}$
- c.  $\lim_0 \frac{\sqrt{4+x} - 2}{\sqrt[3]{8+x} - 2}$
- d.  $\lim \frac{3x - \sqrt{9x^2 + 2x - 3}}{2x - \sqrt{4x^2 + x}}$  en  $+\infty$  et en  $-\infty$
- e.  $\lim_0 \frac{1 - \cos x}{x^2 \cos x}$
- f.  $\lim_1 \frac{1 - x^2}{\sin \pi x}$

### IV. Dérivées

- a. Définissez:  $f$  est dérivable au point  $a$ .
- b. Donnez une interprétation géométrique de la dérivée et justifiez-la.
- c. Calculez les dérivées de  $f(x) = \sqrt{x}$  et  $g(x) = \sin x$ .