



CS de mathématique en 6TE

Veillez traiter chaque question sur une feuille séparée.

1. Fonctions logarithmes

- En inventant la notion de logarithme à la fin du 16^{ème} siècle, Néper a fait évoluer le calcul. Expliquez.
- Prouvez que la fonction \ln (logarithme népérien) est un morphisme de groupes. Précisez clairement les groupes en question.
- Déterminez une équation cartésienne de la tangente à $f(x) = \ln^3 2x$ au point d'abscisse 0,5.
- Résolvez: $\ln x - \ln 2 \leq \ln(1 - 3x)$.

2. Fonctions exponentielles

- "La fonction exponentielle népérienne est un isomorphisme strictement croissant, continu et dérivable". Expliquez chacun des termes techniques de cette proposition en vous abstenant de toute démonstration.
- Résolvez: $e^{2x} - 7e^x - 8 = 0$.
- Résolvez: $e^{2x-1} + \frac{1}{e} > 0$.

3. Fonctions cyclométriques

- Développez la démarche qui permet de définir la fonction Arcsin, tracez son graphe cartésien et développez le calcul de sa dérivée.
- Démontrez de deux manières différentes que $\forall x \in [-1,1] : \text{Arc sin } x + \text{Arc cos } x = \frac{\pi}{2}$.
- Énoncez la formule de la dérivée d'une composée de fonctions et expliquez comment l'utiliser pour calculer la dérivée de $f(x) = \text{Arc sin}^2 x$.

4. Intégrales

- Énoncez le théorème fondamental de l'Analyse et expliquez en quoi il a permis de résoudre une question qui préoccupait déjà les mathématiciens 2000 années plus tôt.
- Calculez:

1°/ $\int_0^1 \frac{\text{Arc sin } x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$ 2°/ $\int \frac{2x}{x^2-1} dx.$ 3°/ $\int \frac{1+e^{\text{tg}x}}{\cos^2 x} dx.$