



CS de mathématique en 6FM-MEc-ML

- Veuillez traiter chaque sujet sur une feuille séparée.
Il y a **quatre sujets**. Il faut donc répondre sur **quatre feuilles** simples ou doubles.
En tout état de cause, la première feuille doit être double.
- Pour chacun des quatre sujets vous devez répondre à trois questions.
- Le CS doit être terminé à 12h20.

1. Fonctions cyclométriques

- a. Développez la démarche qui permet de définir la fonction Arctg , tracez son graphe cartésien et développez le calcul de sa dérivée.
- b. Vérifiez l'identité suivante de deux manières: $\forall x \in \mathbb{R} : \text{Arctg}x + \text{Arc cot}gx = \frac{\pi}{2}$.
- c. Calculez: $\int x \text{Arc sin} x dx$

2. Intégrales et primitives

- a. Énoncez le théorème fondamental de l'Analyse, situez-le dans son contexte historique et expliquez en quoi il résout une question qui préoccupait les mathématiciens depuis 2000 ans.
- b. Calculez l'aire du disque de rayon r .
- c. Calculez le volume de la boule de rayon r .
- d. Calculez: $\int \text{sec}x \, dx$
- e. Calculez: $\int \frac{1}{x^2 - 4x + 3} \, dx$

3. Fonctions logarithme népérienne et exponentielle

- a. En inventant la notion de logarithme à la fin du 16^{ème} siècle, Néper a fait évoluer le calcul. Expliquez. Donnez ensuite une définition de la fonction \ln .
- b. Démontrez que \ln est dérivable.
- c. Résolvez: $\ln x^2 + (\ln x - 4)\ln^2 x = 0$.
- d. Résolvez: $e^{2x} - 3e^x + 2 \leq 0$.
- e. Calculez $\int \frac{2 + \ln^2 x}{3x} dx$.

4. Matrices et déterminants

- a. Définissez de deux manières le rang d'une matrice.
- b. Appliquez ces deux définitions pour calculer le rang de $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 3 & 9 \\ 4 & 7 & 1 & 5 \\ 5 & 8 & 2 & 7 \end{pmatrix}$.
- c. Un professeur de mathématique annonce: "Si à une rangée d'une matrice j'ajoute une combinaison linéaire des autres rangées parallèles, alors son déterminant ne change pas". Énoncez cette propriété correctement et démontrez-la dans le cadre des matrices 3×3 .