



CS de mathématique en 6FM MEc ML

- Veuillez traiter chaque question sur une feuille séparée.
1. Une ellipse E, rapportée à ses axes, a des axes de longueurs 10 et 6.
 - a. Déterminez une équation cartésienne de E.
 - b. Calculez les coordonnées de ses foyers, les équations de ses directrices et son excentricité.
 - c. Déterminez une équation cartésienne de sa tangente T en son point p d'abscisse 4 et d'ordonnée positive (précisez la méthode utilisée).
 2.
 - a. Calculez l'aire de l'ellipse définie dans la question 1.
 - b. Calculez le volume de l'ellipsoïde engendré par la rotation autour de l'axe X de cette même ellipse.
 - c. Calculez l'aire de la surface délimitée par les courbes d'équations cartésiennes $y = x^2 - 6x + 13$ et $x - y + 1 = 0$.
 3. Résolvez, discutez et interprétez géométriquement dans \mathbb{R}^3 le système suivant:

$$\begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x + 2ay + az = 2 \\ 3x + (a + 2)y + (a + 1)z = 9 \end{cases} \quad (a \text{ est un paramètre réel}).$$
 4. Les points $a = (1,1,0)$, $b = (1,0,1)$ et $c = (0,1,1)$ étant donnés, déterminez:
 - a. Une équation cartésienne du plan π des points a, b et c.
 - b. Un système d'équations paramétriques de la droite A qui passe par l'origine et qui est perpendiculaire à π .
 - c. Un système d'équations paramétriques de la droite B passant par le point c, incluse au plan π et perpendiculaire à la droite ab.
 - d. Le point d'intersection des droites A et B, s'il existe.
 5.
 - a. Calculez $\lim_{+\infty} \left(\frac{x+2}{x-3} \right)^{3x-9}$.
 - b. Calculez la dérivée de $f(x) = (\sin x)^{\ln x}$.
 - c. Résolvez dans \mathbb{R} : $1 + \log_x 2 - \log_x(2x+1) = \log_x(x-4) \cdot \log_{x-4}(x+3) - \frac{1}{\log_{x+4} x}$.
 6.
 - a. Calculez le terme en x^{15} de $\left(3x^2 + \frac{2}{x} \right)^{15}$.
 - b. Avec dix lettres différentes, combien peut-on former de mots de sept lettres différentes, de manière que chaque mot contienne quatre lettres désignées d'avance:
 - 1° Quand on peut séparer les quatre lettres;
 - 2° Quand elles sont inséparables, et toujours dans le même ordre;
 - 3° Quand elles sont inséparables, mais qu'elles peuvent être placées dans un ordre quelconque.