



CS de mathématique en 5LS-S-GL-LG-LL

Veuillez traiter chaque question sur une feuille séparée.
Le CS devrait être terminé à 11h30. En tout cas, 12h est l'extrême limite.

I. Polynômes et nombres (sur une double feuille)

1. Voici $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x)$ une fonction polynôme et a un nombre réel.
 - a. Définissez a est *racine* de f .
 - b. Démontrez que si a est racine de f , alors $f(x)$ est divisible par $(x - a)$.
 - c. Factorisez le polynôme $x^3 - x^2 - 8x + 12$. Expliquez vos calculs.
2.
 - a. Définissez l'ensemble des nombres *rationnels* et caractérisez leur écriture décimale.
 - b. Mettez le décimal périodique $131,3575757\dots$ sous forme de fraction à numérateur et dénominateur entiers.
 - c. Ecrivez le nombre décimal $0,3$ dans le système binaire.
 - d. Démontrez que le réel $\frac{1}{\pi}$ n'existe pas.

II. Logique et relation d'ordre (sur une autre double feuille)

1.
 - a. Expliquez: si $a = b$, alors $a + 2 = b + 2$.
 - b. Les propositions $(\forall x, \exists y : P)$ et $(\exists y, \forall x : P)$ sont-elles équivalentes? Expliquez.
2.
 - a. Notons Δ la relation *divise* définie dans \mathbb{N} de la manière suivante:
 $\forall a, b \in \mathbb{N} : a \Delta b$ ssi $\exists n \in \mathbb{N} : b = n \cdot a$. Par exemple: $3 \Delta 6$ ou 3 divise 6 parce que $6 = 2 \cdot 3$.
 Démontrez que Δ est une relation d'ordre sur \mathbb{N} .
 - b. Expliquez pourquoi on dit que l'intervalle $[2, 7[$ est *ouvert* en 7.

III. Fonctions (sur une autre double feuille)

1.
 - a. Définissez *fonction*.
 - b. Voici les fonctions $f(x) = 0,5x^2 - 5x$ et $g(x) = \sqrt{2x + 3}$.
Déterminez l'expression analytique de leur composée $g \circ f$.
 - c. Décomposez $f(x) = \sqrt{(2x + 3)^3}$ en fonctions élémentaires.
2.
 - a. Définissez dans un contexte adéquat: *f est continue au point a*.
 - b. Faites un graphe soigné de $f(x) = \begin{cases} 1,5x + 3 & \text{si } x \leq 2 \\ -x + 5 & \text{si } x > 2 \end{cases}$ et vérifiez si f est continue en 2.
Justifiez votre réponse en vous basant sur la définition de continuité.