



Uccle

CS de mathématique en 5SM

Veillez traiter chaque question sur une feuille séparée.
Vous voudrez bien utiliser des feuilles à en-tête du Collège.

I. Trigonométrie (sur une double feuille)

1. a. Définissez *sinus* à la manière d'Aryabhata (début du VI^e siècle) et d'une manière moderne en précisant bien les contextes ancien et moderne.
b. Établissez l'identité qui exprime le sinus de la somme de deux angles.
2. a. Vérifiez l'identité: $\frac{2\operatorname{tg}^2 a}{1 + \operatorname{tg}^4 a} = \frac{\operatorname{tg}^2 2a}{2 + \operatorname{tg}^2 2a}$
b. Vérifiez l'identité conditionnelle: si $a + b + c = \pi$ alors $\operatorname{tg} \frac{a}{2} \operatorname{tg} \frac{b}{2} + \operatorname{tg} \frac{b}{2} \operatorname{tg} \frac{c}{2} + \operatorname{tg} \frac{c}{2} \operatorname{tg} \frac{a}{2} = 1$
3. Résolvez les équations suivantes et représentez leurs solutions sur le cercle trigonométrique:
 - a. $\sin^3 x + \cos^3 x = 1$
 - b. $5 \sin^2 x - 2 \cos^2 x - 3 \sin x \cos x = 0$
 - c. $3 \cos x + \sqrt{3} \sin x = 2$

II. Fonctions (sur une autre double feuille)

1. Définissez fonction.
2. Voici les fonctions $f(x) = 0,5x^2 - 5x$ et $g(x) = \sqrt{2x+3}$.
 - a. Déterminez l'expression analytique de leur composée $g \circ f$.
 - b. Calculez le domaine de définition de $g \circ f$.
3. Voici la fonction $h(x) = \begin{cases} 1,5x + 3 & \text{si } x \leq 2 \\ -x + 5 & \text{si } x > 2 \end{cases}$.
 - a. Faites un graphe cartésien soigné de h .
 - b. La fonction h est-elle continue en 2 ? Justifiez votre réponse en vous basant sur la définition de continuité.

III. Calcul numérique (sur une autre double feuille)

1. Voici la fonction $f(x) = x^3 - 3x^2 + x + 1$.
Sachant qu'elle a une racine comprise entre 2 et 3, calculez cette racine par la méthode de dichotomie. Les calculs seront détaillés et expliqués. Ils pourront être arrêtés dès que la première décimale sera déterminée avec certitude.
2. La somme de trois nombres successifs d'une suite arithmétique est 33 et leur produit est 1287. Quels sont ces trois nombres?
3. Dans une suite arithmétique de 10 termes, la somme des termes est 245 et la différence des extrêmes est 45. Déterminez le premier terme et la raison de cette suite.

IV. Culture générale (sur une autre simple feuille)

1. Souvent les gens confondent *racine* et *solution*. Définissez ces notions dans un contexte adéquat et expliquez d'où vient cette confusion.
2. Les gens disent que dans le couple (2,3) l'ordre des éléments a de l'importance. Qu'en est-il?
3. Pourquoi l'angle droit fait-il 90 degrés?
4. L'intervalle] 2, 3 [est dit *ouvert*. Expliquez pourquoi.
5. *L'être humain éprouve un profond désir de linéarité. Malheureusement dans R elle est très rare.* Expliquez la notion de *linéarité*, décrivez en quoi ce *profond désir* pousse les élèves à la faute et indiquez sa *rareté* dans R.