

CS de mathématique en 5SM

- Veuillez utiliser des feuilles à en-tête du Collège. Une double feuille par question.

I. Limites

- a. Détaillez et justifiez le contexte dans lequel la notion de limite est définie. Définissez ensuite la limite de f au point a .

b. Calculez $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - \sqrt{2x+3}}{\sqrt{3x} - \sqrt{x+6}}$

c. Calculez $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 3x - 9} + (x - 2)$

d. Calculez de deux manières: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin \pi x}{x - 2}$

II. Dérivées

- a. « La dérivée d'une fonction, c'est son pentomètre ». Expliquez complètement cette proposition.
- b. Énoncez la formule de la dérivée d'une composée de fonctions et illustrez-la par un exemple.
- c. Calculez l'équation cartésienne de la tangente au graphe de $f(x) = \left(\frac{x}{x-1}\right)^2$ au point d'abscisse 2.
- d. Un fabricant de jus de tomates veut mettre son produit sur le marché dans des canettes métalliques cylindriques d'une contenance de 25 cl. Quelles dimensions (rayon R de la base et hauteur H) ces vidanges doivent-elles avoir pour que leur prix de revient soit minimal, sachant que, par unité d'aire, les couvercles coûtent le double du prix du reste de la canette.

III. Variations de fonctions

Faites une étude complète des variations de la fonction $f(x) = \frac{x^3 + 1}{x^3 - 1}$.

IV. Géométrie

- Dans le plan cartésien équipé de son produit scalaire usuel et de son repère canonique, calculez l'angle en degrés, minutes, secondes,
 - des vecteurs $(2,1)$ et $(3,5)$.
 - des droites A et B : $A \equiv 2x + 3y - 5 = 0$; $B \equiv 3x + 2y - 5 = 0$.
- Dans l'espace cartésien équipé de son produit scalaire usuel et de son repère canonique, on donne les points $a = (1,0,0)$, $b = (0,2,0)$ et $c = (0,0,3)$. Déterminez :
 - Une équation cartésienne du plan π contenant les points a , b et c .
 - Un système d'équations paramétriques de la droite A contenant l'origine et perpendiculaire au plan π .
 - Un système d'équations cartésiennes de la droite B passant par le point c , incluse au plan π et perpendiculaire à la droite ab .
 - Le point d'intersection des droites A et B , s'il existe.
 - La distance de l'origine au plan π .