



## CS de mathématique en 6GL-LL-L

➤ Veuillez utiliser des feuilles à en-tête du Collège, une double feuille par question.

**1. La droite réelle achevée** (sur une double feuille)

- Définissez la droite réelle achevée  $\overline{\mathbb{R}}$ .
- Expliquez de quelle manière on équipe  $\overline{\mathbb{R}}$  de sa relation d'ordre usuelle et vérifiez que  $(\overline{\mathbb{R}}, \leq)$  est un ordonné total.
- Détaillez les formes d'indétermination de  $\overline{\mathbb{R}}$ .
- Calculez les limites en  $-\infty$  et  $+\infty$  de  $\frac{x - \sqrt{x^2 + 2x + 3}}{2x - \sqrt{4x^2 + 5x}}$ .

**2. Fonctions et optimisation** (sur une autre double feuille)

- Définissez *point anguleux* et dessinez, en les commentant, leurs différents «modèles».
- Faites une étude complète des variations de la fonction  $f(x) = \left(\frac{x}{x-1}\right)^2$ .  
Le graphe sera particulièrement soigné.
- Tonton JP est féru de mathématique. Dernièrement il annonce à son neveu:  
«Je voudrais que tu partages 140 Euros entre toi et ton petit frère, de telle manière que le produit du cube de ta part par celle de ton petit frère soit le plus grand possible».  
Aidez-le (le neveu) à trouver les deux parts.

**3. Fonctions circulaires** (sur une autre double feuille)

- Développez la démarche qui mène à la définition d' Arcsin et esquissez son graphe cartésien.
- A l'aide du calcul différentiel, prouvez que  $\forall x \in [-1, 1] : \text{Arc sin } x + \text{Arc cos } x = \frac{\pi}{2}$ .
- Enoncez le théorème de l' Hospital et utilisez-le pour calculer  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi x}{2}}{1 - \sqrt{x}}$ .