


CS de mathématique en 6SM-FM

➤ Veuillez utiliser des feuilles à en-tête du Collège, une double feuille par question.

1. Graphes et optimisation (sur une double feuille)

a. Définissez *point anguleux* et dessinez, en les commentant, leurs différents «modèles».

b. Faites une étude complète des variations de la fonction $f(x) = \left(\frac{x}{x-1}\right)^2$.

Le graphe sera particulièrement soigné.

c. Tonton JP est féru de mathématique. Dernièrement il annonce à son neveu:
«Je voudrais que tu partages 140 Euros entre toi et ton petit frère, de telle manière que le produit du cube de ta part par celle de ton petit frère soit le plus grand possible».
Aidez-le (le neveu) à trouver les deux parts.

2. Primitives et intégrales (sur une autre double feuille)

a. Énoncez le théorème de la moyenne. Donnez-en une interprétation géométrique. Expliquez ensuite d'où ce théorème tire son nom et reformulez-le en vous basant sur cette explication.

b. Calculez: $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}}$ et $\int x \operatorname{Arctg} x dx$.

c. Calculez l'aire de la partie du plan déterminée par l'axe X, la courbe d'équation $xy = 4$ et les droites d'équations $y = x$ et $x = 5$.

3. Logarithme népérien (sur une autre double feuille)

a. Démontrez que \ln est un morphisme de groupes. Précisez les groupes dont il est question.

b. Résolvez dans \mathbb{R} : $5 \ln^2 x - 3 \ln x^2 - 1 = 0$

c. Déterminez une équation cartésienne de la tangente au graphe de f au point d'abscisse a sachant que

$$f(x) = \ln \frac{3x+1}{x+2} \text{ et } a = 1.$$

4. Combinatoire, binôme de Newton et fonctions cyclométriques (sur une autre double feuille)

a. Énoncez et démontrez la formule qui fournit le nombre de combinaisons (simples) de n objets pris p à p .

b. De combien de manières différentes une société de 10 membres peut-elle élire 3 délégués:

1. si dans le vote on demande d'indiquer un ordre de préférence

2. sans ordre de préférence

Expliquez vos réponses.

c. Calculez le terme en x^3 de $\left(3x + \frac{1}{x^2}\right)^{12}$.

d. Démontrez que $\forall x \in \mathbb{R} : \operatorname{Arctg} x + \operatorname{Arc} \cot g x = \frac{\pi}{2}$.