



le 1^{er} septembre 2006

Examen de passage en mathématique en 6TD (EcL-LG-LN)

- Veuillez traiter chaque question sur une double feuille à en-tête du Collège

1. Géométrie et systèmes d'équations

- a. Déterminez l'équation cartésienne du plan de \mathbb{R}^3 passant par les points $(1,2,3)$, $(0,0,6)$ et $(5,1,0)$.
b. Déterminez une équation cartésienne du plan ζ contenant le point p et parallèle au plan η :

$$p = (1,3,-2) \text{ et } \eta = \begin{cases} x = 2 + 3\lambda - \mu \\ y = 5 - \lambda + 2\mu \\ z = 4\lambda - 1 + 3\mu \end{cases}$$

- c. Déterminez une équation cartésienne du plan θ orthogonal à la droite D et contenant le point p :

$$p = (3,2,-1) \text{ et } D \equiv \begin{cases} x = 3 - \lambda \\ y = \lambda + 2 \\ z = 5 \end{cases}$$

- d. Résolvez le système d'équations suivant par la méthode de Cramer:

$$\begin{cases} 8x + 4y - z = 2 \\ y + z = 1 \\ 4x - 5y + z = 11 \end{cases}$$

2. Analyse combinatoire et probabilités

- a. Déterminez le terme en x^3 de $\left(3x + \frac{1}{x^2}\right)^{12}$
b. On tire, sans remise, 2 cartes d'un jeu bien mélangé de 32 cartes. Quelle est la probabilité que:
1) la deuxième carte soit une dame si la première est un coeur?
2) la deuxième carte soit un coeur si la première est une dame?
c. Une urne contient 10 boules blanches et 5 boules noires indiscernables au toucher. On effectue 20 tirages avec remise de la boule dans l'urne après avoir noté sa couleur. Quelle est la probabilité d'obtenir 13 boules blanches et 7 boules noires?

3. Primitives et intégrales

- a. Calculez $\int \frac{(x+1)^3}{\sqrt{x}} dx$
b. Calculez $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\operatorname{tg}^3 x}{\cos^2 x} dx$ (réponse sous forme de décimal avec 2 chiffres après la virgule)
c. Calculez l'aire du disque de rayon R .

4. Logarithmes et exponentielles.

- a. Démontrez que la fonction \ln est un morphisme de groupes. Précisez de quels groupes il s'agit.
b. Résolvez $2 \ln(x+4) = \ln x + \ln 5$
c. Déterminez une équation cartésienne de la tangente au graphe de f au point d'abscisse a
 $f(x) = \ln^2 3x$ et $a = 0,33333\dots$
d. Résolvez $e^{2x} - e^x - 2 \leq 0$

Jean-Pierre Verbeque