



CS d'exercices de mathématique en 6FM-SM

I. Analyse combinatoire - Probabilités

1. On tire, sans remise, deux cartes d'un jeu bien mélangé de 52 cartes.
Quelle est la probabilité que :
 - a). la deuxième carte soit un roi si la première est un pique ?
 - b). la deuxième carte soit un pique si la première carte est un roi ?Quelle conclusion tirez-vous de cet exercice ?

2. Une urne contient 10 boules blanches et 5 boules noires indiscernables au toucher.
On effectue 5 tirages successifs avec remise de la boule dans l'urne après avoir noté sa couleur.
On appelle succès le fait de tirer une boule noire et de manière quasi insoupçonnée, on se trouve devant un schéma de Bernoulli.
 - a). Quelle est la probabilité de tirer 2 boules blanches et 3 boules noires ?
 - b). Définissez la variable aléatoire associée au schéma de Bernoulli
 - c). Dressez le tableau de la loi binomiale de cette variable. Calculez aussi son espérance mathématique, sa variance et son écart-type.

II. Coniques

Voici la conique C d'équation $x^2 + 2y^2 + 2x + 4y - 3 = 0$ dans le repère R_1 .

- a). Quel est le genre affine de C ?
- b). L'absence de terme en xy garantit une particularité de cette conique. Laquelle ?
- c). Déterminez les coordonnées du centre de C dans le repère R_1 .
- d). Quelle transformation T du plan faut-il appliquer au repère R_1 pour que l'équation de C dans le nouveau repère R_2 ainsi obtenu apparaisse sous sa forme réduite ?
- e). Déterminez l'équation de C dans le repère R_2 .
- f). Déterminez les coordonnées des foyers et des sommets de C dans R_1 et dans R_2 .
- g). Déterminez les équations des axes de symétrie, des directrices et des asymptotes de C dans R_1 .
- h). Déterminez dans R_1 , sous la forme $y = ax + b$, a et b étant exprimés avec trois décimales, les équations des tangentes à C issues du point (0,2) de R_1 .
- i). Faites un dessin dans R_1 de toutes les informations collectées ci-dessus.

III. Analyse infinitésimale.

1. Résolvez dans \mathbb{R} : $1 + \log_x 2 - \log_x(2x + 1) = \log_x(x - 4) \cdot \log_{x-4}(x + 3) - \frac{1}{\log_{x+4} x}$.
2. Calculez l'aire de l'ellipse d'équation $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$.
3. Calculez le volume de l'ellipsoïde engendré par la rotation, autour de l'axe des x, de l'ellipse définie ci-dessus.
4. Calculez $\int_0^1 x \operatorname{Arctg} x \, dx$.