



Votre nom :

Votre classe : 5TB - SM

CS de mathématique du 11 juin 2007

Consignes :

- Veuillez compléter avec soin le questionnaire que voici.
- Ne dégrafez les feuilles en aucun cas.
- Si vous manquez d'espace pour développer les calculs, vous pouvez utiliser le verso de la feuille précédente.
- Une calculette est autorisée pour un usage strictement personnel.
- Comme feuilles de brouillon, vous ne pouvez utiliser que les feuilles fournies par le Collège.
- Chaque question est articulée autour des trois compétences propres au cours de mathématique, à savoir : restituer, comprendre, appliquer.
- Le CS doit être terminé à 12h20.

Cadre réservé au professeur :

	Question 1	Question 2	Question 3	Question 4	Question 5	Question 6
Restituer						
Comprendre						
Appliquer						

Bon travail

Jean-Pierre Verbeque



Votre nom :

Votre classe : 5TB - SM

Question 1 : LIMITES

A. Définissez dans un contexte adéquat : $\lim_a f = b$

B. Expliquez le contexte

C. Calculez (sans utiliser la règle de l'Hospital)

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 + 3x - x^3}{54 - 45x + 9x^2} =$



Votre nom :

Votre classe : 5TB - SM

Question 1 : LIMITES (suite)

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1) - \sqrt{4x+1}}{\sqrt{3x+3} - \sqrt{x+7}} =$

c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \sqrt{4x^2 - 4x + 3}) =$

d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 \sin \pi x}{1 - x^2} =$



Votre nom :

Votre classe : 5TB - SM

Question 2 : DERIVEES

A. Définissez dans un contexte adéquat : *dérivée de f au point a* .

B. Développez une interprétation géométrique de la dérivée de f au point a



Votre nom :

Votre classe : 5TB - SM

Question 2 : DERIVEES (suite)

C. Détaillez le calcul de la dérivée de la fonction $\cos x$ en un point a de son domaine

D. Énoncez la formule de la dérivée d'une composée de fonctions et illustrez-la sur l'exemple que voici :
 $y = \sin^3 x$



Votre nom :

Votre classe : 5TB - SM

Question 3 : VARIATIONS DE FONCTIONS

Réalisez une étude complète des variations de la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = \left(\frac{x}{x-1}\right)^2$.

1. Etude de f

$\text{dom}f =$

$f \cap X =$

$f \cap Y =$

AV

AH

AO

2. Etude de f'

$f'(x) =$

Tableau du signe de $f'(x)$

3. Etude de f''

$f''(x) =$

Tableau du signe de $f''(x)$



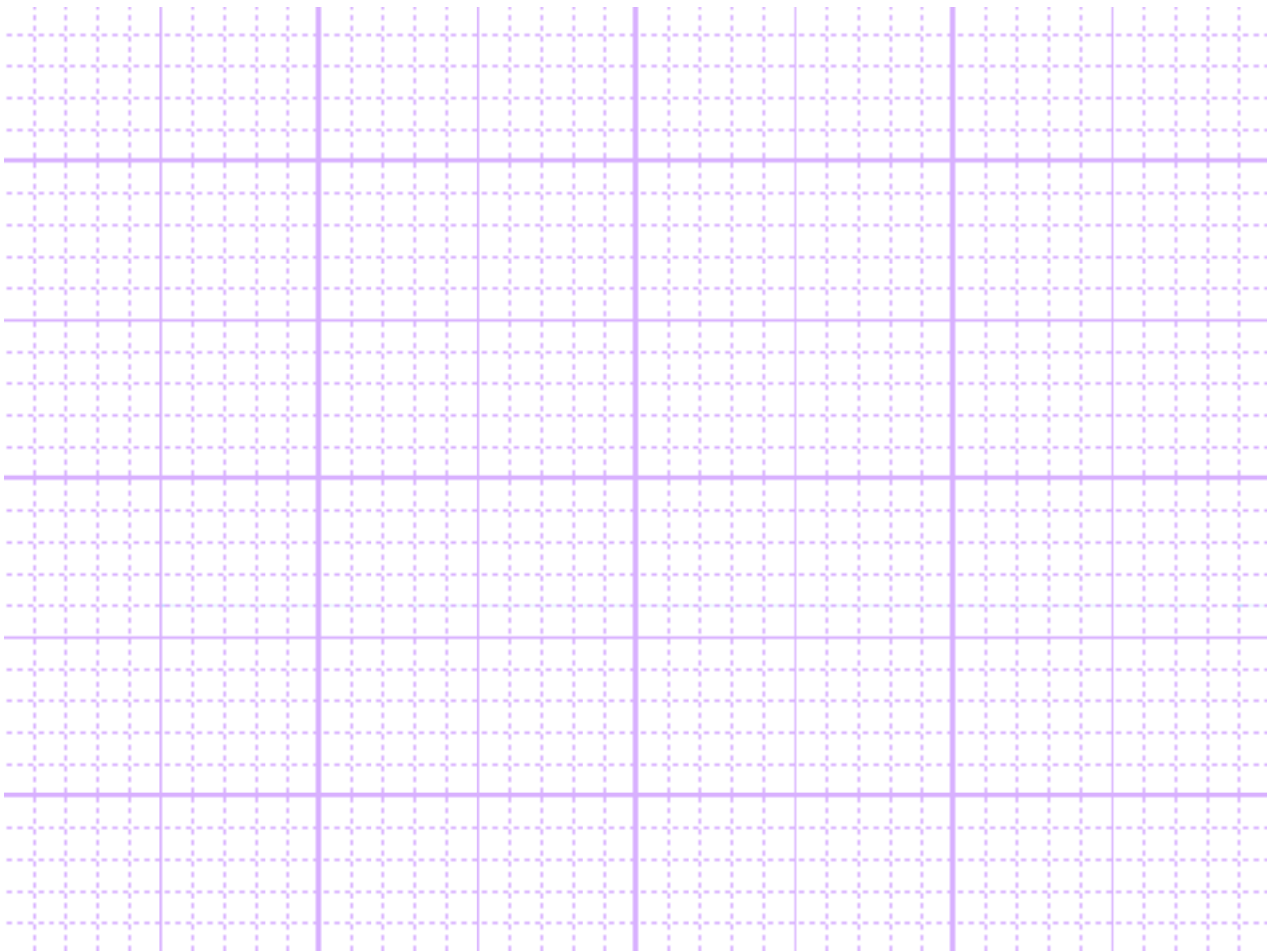
Votre nom :

Votre classe : 5TB - SM

Question 3 : VARIATIONS DE FONCTIONS (suite)

4. Tableau général

5. Graphique





Votre nom :

Votre classe : 5TB - SM

Question 4 : OPTIMISATION

On veut construire un réservoir cylindrique métallique, d'une contenance fixe de 150 litres, destiné à contenir de l'eau chaude. Sachant que la déperdition de chaleur est proportionnelle à la surface totale du réservoir, calculez son rayon et sa hauteur pour que la perte soit minimale. Faites aussi un commentaire sur l'esthétique de ce réservoir.

Pour rappel : 1 litre = 1 dm³.



Votre nom :

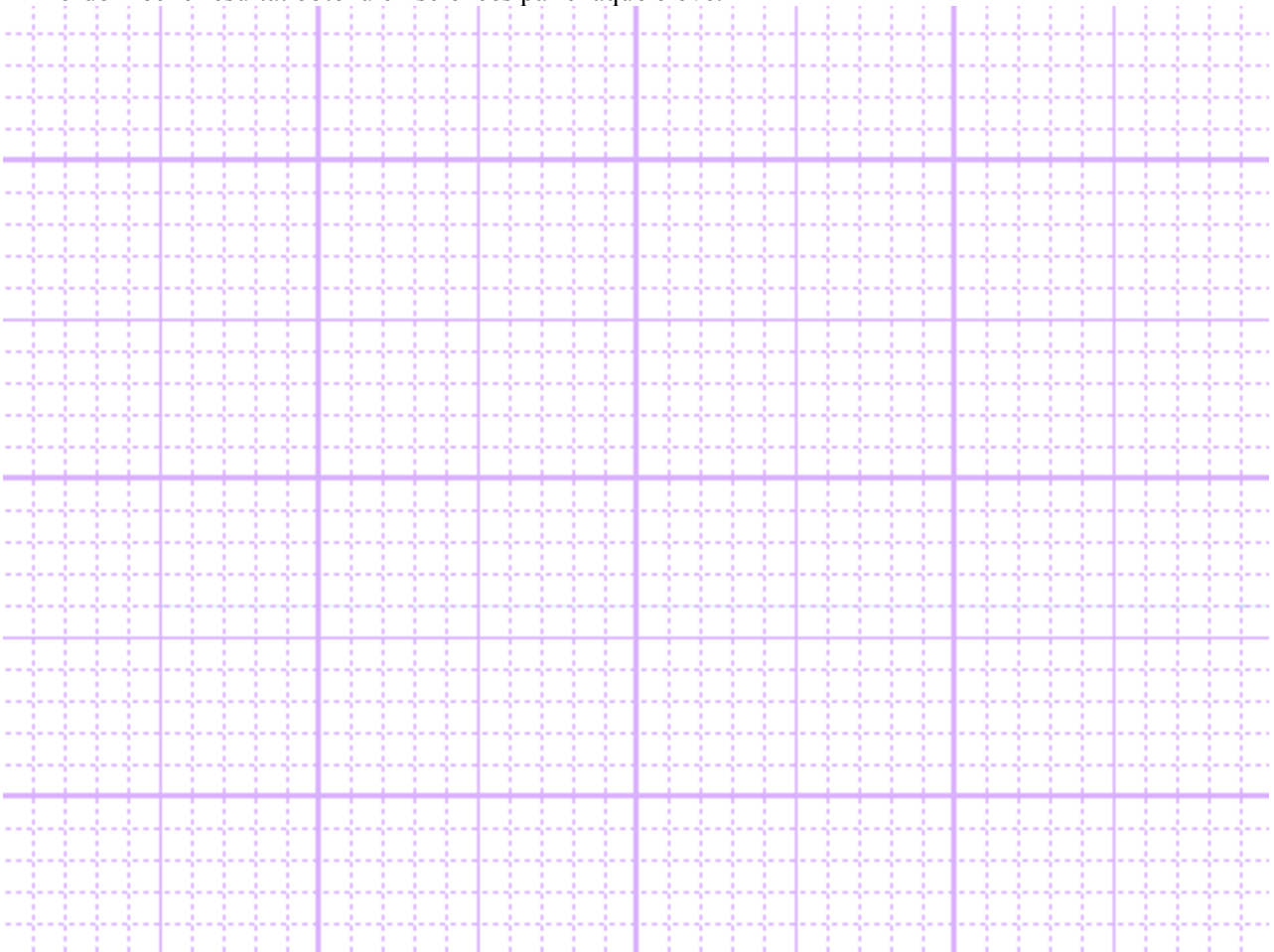
Votre classe : 5TB - SM

Question 5 : AJUSTEMENT LINEAIRE D'UN NUAGE STATISTIQUE

Voici les résultats obtenus en math et en sciences par les élèves d'une classe de sixième :

Elève n°	1	2	3	4	5	6	7
Math	3	8	9	7	8	1	9
Sciences	4	7	8	5	6	1	6

1. Faites un graphe cartésien représentant les points dont l'abscisse est le résultat obtenu en math et l'ordonnée le résultat obtenu en sciences par chaque élève.



2. Le nuage de points obtenu est-il le graphe d'une fonction ? Justifiez.

3. Calculez le point moyen ou barycentre de ce nuage et représentez-le sur le graphe ci-dessus.

$$(\bar{x}, \bar{y}) =$$



Votre nom :

Votre classe : 5TB - SM

Question 5 : AJUSTEMENT LINEAIRE D'UN NUAGE STATISTIQUE (suite)

4. Déterminez l'équation cartésienne (sous la forme $y = px + q$) de la droite de régression de y par rapport à x et représentez-la sur le graphe de la page précédente.

5. Calculez l'écart-type σ_m des points de math et celui σ_s des points de sciences.

6. Déterminez le coefficient de corrélation entre math et sciences et tirez-en une conclusion.



Votre nom :

Votre classe : 5TB - SM

Question 6 : SUITES ET GEOMETRIE DE L'ESPACE

1. Calculez le dixième terme de la suite arithmétique dont le troisième terme égale 1 et le neuvième égale 5.

-
2. Calculez $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{5^n}$.



Votre nom :

Votre classe : 5TB - SM

Question 6 : SUITES ET GEOMETRIE DE L'ESPACE (suite)

3. Calculez l'angle aigu, en degrés – minutes, que forme la droite A avec le plan α

$$A \equiv \begin{cases} x = 2 + 3\lambda \\ y = 5 - \lambda \\ z = 4\lambda - 1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \alpha \equiv x + 2y + 3z + 4 = 0$$

Faites un schéma de la situation et établissez un plan de travail avant de vous lancer dans les calculs.