



CS de mathématique en 6TD (EcL-GL-LG-LL-LN)

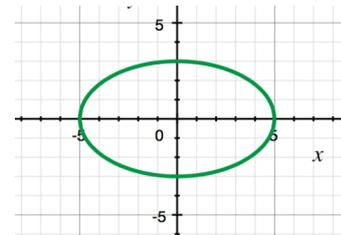
- Veuillez traiter les sujets 1 et 2 sur des doubles feuilles (à en-tête du Collège) différentes.

**Sujet 1. Primitives et intégrales**

1. Dans le cas d'une fonction numérique réelle continue et positive définie sur un intervalle fermé  $[a, b]$ , mettez en évidence l'encadrement d'une grandeur par une somme de produits élémentaires et indiquez comment le passage à une certaine limite conduit à la notion d'intégrale. Illustrez vos explications à l'aide de jolis dessins.
2. Gottfried Wilhelm LEIBNIZ (1646-1716) fit une géniale découverte qui établit un lien entre primitive et intégrale. Il érigea sa découverte en théorème. Énoncez ce théorème, dites quel nom lui a été donné et illustrez-le à l'aide d'un exemple.

3. Calculez : a)  $\int \frac{(1+x)^2}{\sqrt{x}} dx$  ; b)  $\int \frac{1+\sin x}{\cos^2 x} dx$  ; c)  $\int \sin^2 x dx$

4. Calculez l'aire de l'ellipse d'équation  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$



5. Calculez le volume de l'ellipsoïde engendré par la rotation autour de l'axe X de l'ellipse définie ci-dessus.

**Sujet 2. Combinatoire**

1. Énoncez et démontrez la formule qui fournit le nombre de parties à  $p$  éléments d'un ensemble à  $n$  éléments.
2. Vos auteurs favoris du 17<sup>e</sup> siècle sont Molière, Racine et Corneille. Du premier vous possédez 5 livres ; du deuxième, 3 livres ; du troisième, 4 livres. De combien de manières pouvez-vous les ranger sur une étagère de votre bibliothèque si vous décidez de regrouper les livres par auteur ? Justifiez vos calculs.
3. Vous désirez ranger 5 boules dans 7 cases. Quel est le nombre de rangements possibles si
  - a). les boules et les cases sont discernables, chaque case ne pouvant recevoir qu'une seule boule ?
  - b). les boules sont indiscernables, les cases sont discernables, chaque case ne pouvant recevoir qu'une seule boule ?
  - c). les boules et les cases sont discernables, chaque case pouvant recevoir un nombre quelconque de boules ?
  - d). les boules sont indiscernables, les cases sont discernables, chaque case pouvant recevoir un nombre quelconque de boules ?Justifiez vos calculs.