



Votre nom : .....

Votre classe : 5TB (SM) – TC (FM)

---

## CS de mathématique du 9 juin 2008

---

### Consignes :

- Veuillez compléter avec soin le questionnaire que voici.
- Ne dégrafez les feuilles en aucun cas.
- Si vous manquez d'espace pour développer les calculs, vous pouvez utiliser le verso de la feuille précédente.
- Une calculatrice est autorisée pour un usage strictement personnel.
- Comme feuilles de brouillon, vous ne pouvez utiliser que les feuilles fournies par le Collège.
- Chaque question est articulée autour des trois compétences propres au cours de mathématique, à savoir : restituer, comprendre, appliquer.
- Le CS doit être terminé à 12h20.

---

### Cadre réservé au professeur :

	Question 1	Question 2	Question 3	Question 4	Question 5	Question 6	Question 7
Restituer							
Comprendre							
Appliquer							

Bon travail

Jean-Pierre Verbeque



Votre nom : .....

Votre classe : 5TB (SM) – TC (FM)

---

Question 1 : LIMITES

---

A. Définissez dans un contexte adéquat :  $\lim_a f = b$

---

B. Expliquez le contexte

---

C. Calculez (sans utiliser la règle de l'Hospital)

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + x + 2}{3x^2 - 4x - 4} =$



Votre nom : .....

Votre classe : 5TB (SM) – TC (FM)

---

Question 1 : LIMITES (suite)

---

b)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+1) - \sqrt{5x+1}}{\sqrt{2x+10} - \sqrt{6x-2}} =$

c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x + \sqrt{9x^2 - 4x + 3}) =$

d)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\text{tg } \pi x}{x^2 - 4} =$



Votre nom : .....

Votre classe : 5TB (SM) – TC (FM)

---

Question 2 : DERIVEES

---

A. Définissez dans un contexte adéquat : *dérivée de  $f$  au point  $a$* .

---

B. Développez une interprétation géométrique de la dérivée de  $f$  au point  $a$



Votre nom : .....

Votre classe : 5TB (SM) – TC (FM)

---

Question 2 : DERIVEES (suite)

---

C. Partant de la définition de la notion de dérivée d'une fonction en un point, détaillez le calcul de la dérivée de la fonction  $f(x) = \sin x$  en un point  $a$  de son domaine.

---

D. Énoncez et démontrez le théorème qui fournit la formule de la dérivée d'un produit de fonctions.



Votre nom : .....

Votre classe : 5TB (SM) – TC (FM)

---

Question 3 : VARIATIONS DE FONCTIONS

---

Réalisez une étude complète des variations de la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2}$ .

1. Etude de  $f$

$\text{dom}f =$

$f \cap X =$

AV

AH

AO

$f \cap Y =$

2. Etude de  $f'$

$f'(x) =$

Tableau du signe de  $f'(x)$

3. Etude de  $f''$

$f''(x) =$

Tableau du signe de  $f''(x)$



Votre nom : .....

Votre classe : 5TB (SM) – TC (FM)

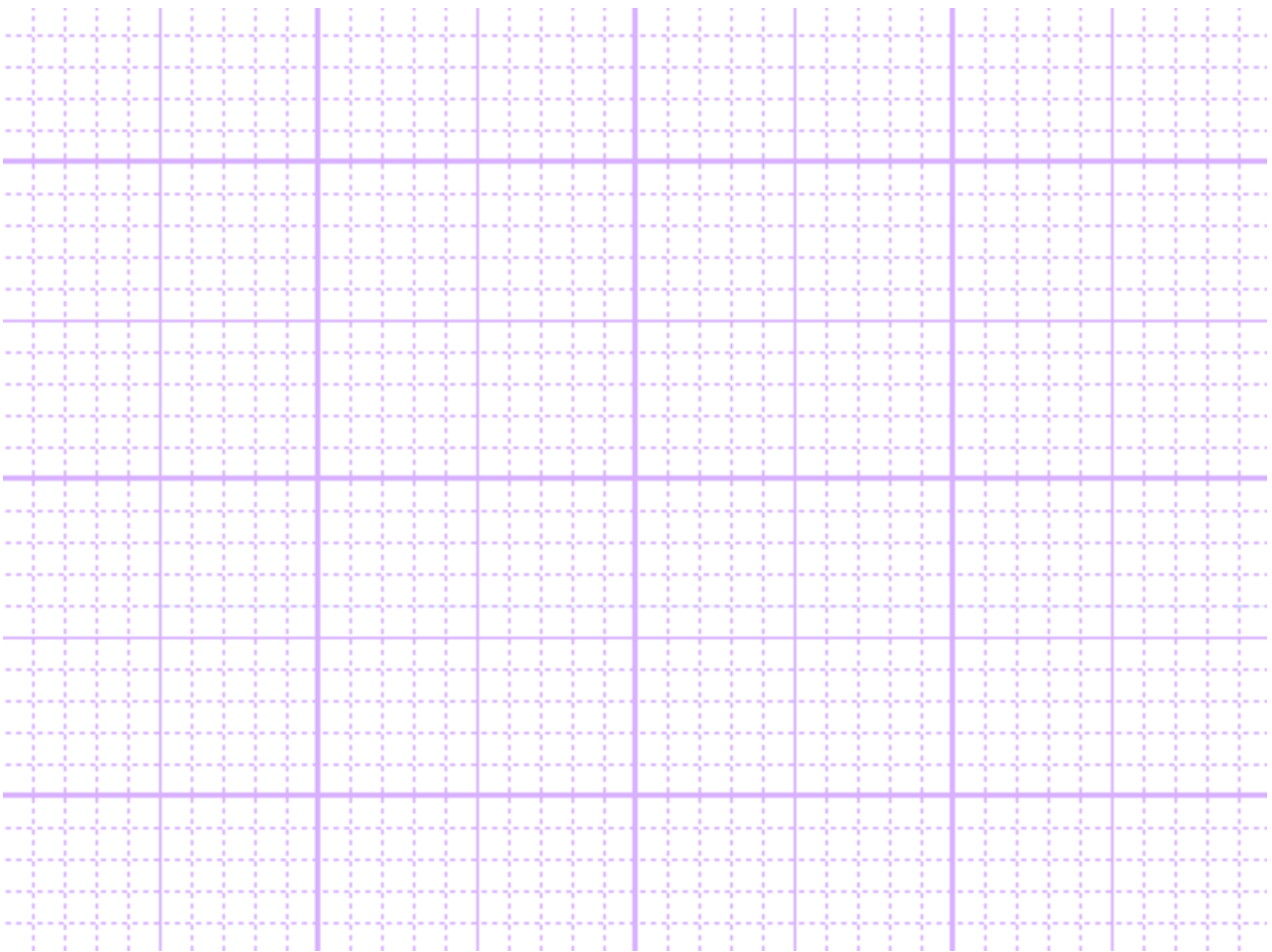
---

Question 3 : VARIATIONS DE FONCTIONS (suite)

---

4. Tableau général

5. Graphique





Votre nom : .....

Votre classe : 5TB (SM) – TC (FM)

---

Question 4 : OPTIMISATION

---

De tous les triangles isocèles inscrits dans un cercle de rayon  $R$ , on recherche celui dont l'aire est maximale. Exprimez sa base et sa hauteur en fonction de  $R$ . Faites un dessin de vos résultats dans le cas où  $R = 4$  cm.

Note : comme inconnue  $x$ , on choisira la demi-base du triangle isocèle.





Votre nom : .....

Votre classe : 5TB (SM) – TC (FM)

---

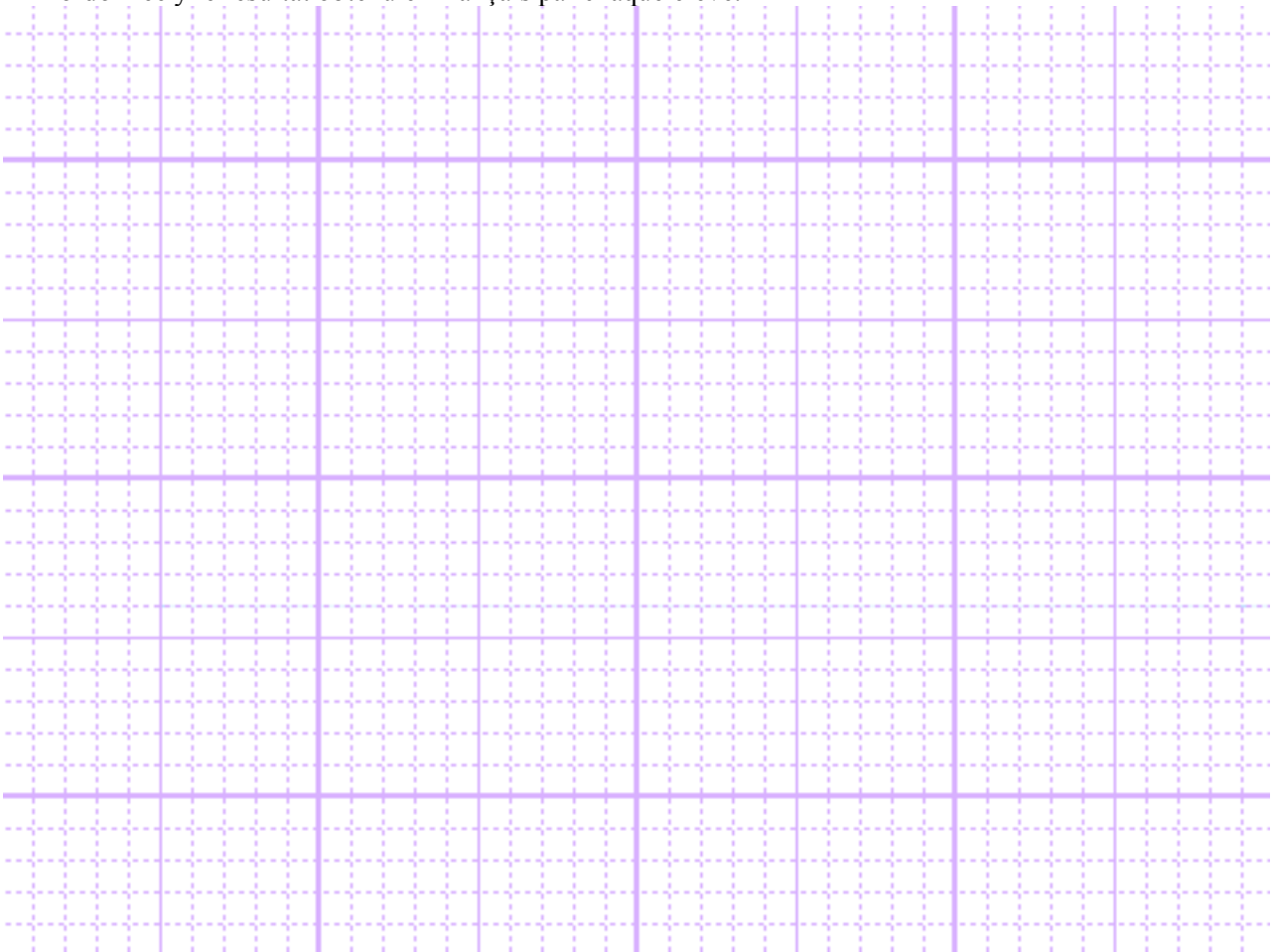
Question 5 : AJUSTEMENT LINEAIRE D'UN NUAGE STATISTIQUE

---

Voici les résultats obtenus en math et en français par les élèves d'une classe de cinquième:

Elève n°	1	2	3	4	5	6	7
Math	9	7	9	6	4	1	4
Français	7	9	8	5	6	3	5

1. Faites un graphe cartésien représentant les points dont l'abscisse x est le résultat obtenu en math et l'ordonnée y le résultat obtenu en français par chaque élève.



2. Le nuage de points obtenu est-il le graphe d'une fonction ? Justifiez.

3. Calculez le point moyen ou barycentre G de ce nuage et représentez-le sur le graphe ci-dessus.

$$(\bar{x}, \bar{y}) =$$



Votre nom : .....

Votre classe : 5TB (SM) – TC (FM)

---

Question 5 : AJUSTEMENT LINEAIRE D'UN NUAGE STATISTIQUE (suite)

---

4. Déterminez l'équation cartésienne (sous la forme  $y = px + q$ ) de la droite de régression de  $y$  par rapport à  $x$  et représentez-la sur le graphe de la page précédente.

5. Calculez l'écart-type  $\sigma_m$  des points de math et celui  $\sigma_f$  des points de français.

6. Déterminez le coefficient de corrélation entre math et français et tirez-en une conclusion.



Votre nom : .....

Votre classe : 5TB (SM) – TC (FM)

---

Question 6 : SUITES ET GEOMETRIE DE L'ESPACE

---

1. La somme de trois nombres a, b et c est 333.  
La somme des carrés de ces trois nombres est 37205.  
Ces trois nombres sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique.  
Déterminez ces trois nombres a, b et c.

---

2. Calculez  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{6^n}$ .



Votre nom : .....

Votre classe : 5TB (SM) – TC (FM)

---

Question 6 : SUITES ET GEOMETRIE DE L'ESPACE (suite)

---

3. Calculez l'angle aigu, en degrés – minutes, que forme la droite A avec le plan  $\alpha$

$$A \equiv \begin{cases} x = 2 + 5\lambda \\ y = 5 - 2\lambda \\ z = 3\lambda - 1 \end{cases} \text{ et } \alpha \equiv 3x - 2y + z - 4 = 0$$

Faites un schéma de la situation et établissez un plan de travail avant de vous lancer dans les calculs.



Votre nom : .....

Votre classe : 5TB (SM) – TC (FM)

---

Question 7 : SYSTEMES LINEAIRES DE TROIS EQUATIONS A TROIS INCONNUES

---

Résolvez, discutez et interprétez géométriquement dans  $\mathbb{R}^3$  le système suivant :

$$\begin{cases} (\lambda + 1)x + (\lambda + 2)y + 3z = 9 \\ \lambda x + 2\lambda y + 2z = 2 \\ x + y + z = 4 \end{cases} \quad (\lambda \text{ est un paramètre réel}).$$