



## CS de mathématique en 6TC

- Veuillez traiter chaque question sur une double feuille à en-tête du Collège

### I. Analyse combinatoire.

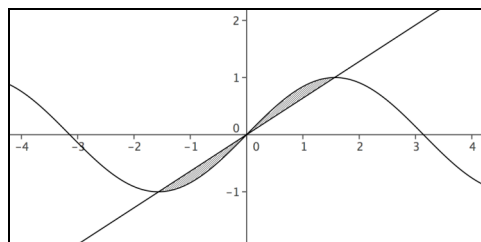
- A. 1) Énoncez et démontrez la formule qui exprime le nombre de parties à  $p$  éléments d'un ensemble à  $n$  éléments.
- 2) Dressez un tableau qui fait le lien entre les notions traditionnelles d'arrangements et de combinaisons en tant que listes de  $n$  objets pris  $p$  à  $p$  et leur vision moderne faisant intervenir ensembles et fonctions.
- B. Pour chacune des questions qui suivent, vous devez fournir quelques mots d'explication et achever vos calculs.
- 1) Cinq voitures viennent se garer en même temps sur un parking de cinq places. Combien de dispositions différentes sont possibles ?
  - 2) D'une urne contenant 5 boules numérotées de 1 à 5, on tire successivement avec remise 3 boules. Combien y a-t-il de tirages possibles ?
  - 3) Dans une course de 7 chevaux, combien y a-t-il de « tiercés dans l'ordre » possibles ?
  - 4) D'une urne contenant 9 boules numérotées de 1 à 9, on tire simultanément 3 boules. Combien y a-t-il de tirages possibles ?
  - 5) Dans un jeu de 32 cartes, combien de mains de 5 cartes contiennent exactement 2 valets ?
  - 6) Dans un jeu de 32 cartes, combien de mains de 5 cartes contiennent exactement 2 valets et 2 rois ?
  - 7) D'une urne contenant 5 boules rouges et 3 boules bleues, on tire simultanément 3 boules. Combien de tirages distincts sont possibles sachant qu'on ne distingue pas les boules de même couleur ?
  - 8) D'une urne contenant 5 boules rouges numérotées de 1 à 5 et 3 boules bleues numérotées de 1 à 3, on tire simultanément 3 boules. Combien de tirages différents sont possibles sachant qu'on distingue les boules de même couleur par leur numéro ?
  - 9) D'une urne contenant 3 boules rouges numérotées de 1 à 3 et 2 boules bleues numérotées de 1 à 2, on tire 3 boules successivement avec remise. Combien y a-t-il de tirages possibles ?
  - 10) Dans l'alphabet on considère qu'il y a 26 lettres différentes. Combien de mots de 5 lettres commençant par T peut-on écrire, les mots ne contenant qu'une seule fois la même lettre ?

### II. Primitives et intégrales

- A. 1) Définissez la notion de **primitive** et donnez-en un exemple.
- 2) Définissez la notion d'**intégrale** et donnez-en un exemple.
- 3) Énoncez le théorème fondamental de l'Analyse et expliquez pourquoi les mathématiciens lui ont attribué le qualificatif « fondamental ».
- B. 1) Calculez successivement

a)  $\int x \sin(1-x^2) dx$     b)  $\int \frac{1}{3x^2+5} dx$

- 2) Calculez l'aire géométrique de la surface comprise entre les fonctions  $f(x) = \sin x$  et  $g(x) = \frac{2x}{\pi}$ .



- 3) Calculez le volume du solide engendré par la rotation autour de l'axe X de la surface délimitée par une boucle de la fonction sinus et l'axe X.