



CS de mathématique en 6TB-SM

**I. Nombres complexes et fonctions cyclométriques**

1. Énoncez et démontrez la formule de Moivre.
2. Calculez les solutions de  $x^5 + 2 - i\sqrt{5} = 0$ .  
(réponses sous la forme  $a+bi$ ,  $a$  et  $b$  étant exprimés avec 3 décimales)
3. Énoncez et démontrez la formule de la dérivée de la fonction Arcsin.
4. Vérifiez que  $\forall x \in \mathbb{R} : \text{Arctg}x + \text{Arc cotg} x = \frac{\pi}{2}$

**II. Analyse combinatoire**

1. Énoncez et démontrez la formule qui fournit le nombre d'arrangements à répétition de  $n$  objets pris  $p$  à  $p$ .

*Pour chacune des questions suivantes vous devez fournir quelques mots d'explication et achever vos calculs.*

2. D'une urne contenant 5 boules rouges et 3 boules bleues, on tire simultanément 3 boules. Combien de tirages distincts sont possibles sachant qu'on ne distingue pas les boules de même couleur ?
3. D'une urne contenant 5 boules rouges numérotées de 1 à 5 et 3 boules bleues numérotées de 1 à 3, on tire simultanément 3 boules. Combien de tirages différents sont possibles sachant qu'on distingue les boules de même couleur par leur numéro ?
4. D'une urne contenant 3 boules rouges numérotées de 1 à 3 et 2 boules bleues numérotées de 1 à 2, on tire 3 boules successivement avec remise. Combien y a-t-il de tirages possibles ?
5. Calculez la somme de tous les nombres naturels constitués de quatre chiffres différents appartenant à l'ensemble  $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

**III. Primitives et intégrales**

- A. 1. Définissez la notion de **primitive** et donnez-en un exemple.  
2. Définissez la notion d'**intégrale** et donnez-en un exemple.  
3. Énoncez le théorème fondamental de l'Analyse et expliquez pourquoi les mathématiciens lui ont attribué le qualificatif « fondamental ».
- B. 1. Calculez successivement

a)  $\int x \sin(1-x^2) dx$     b)  $\int \frac{1}{3x^2+5} dx$     c)  $\int \frac{3x^2}{x^2-1} dx$

2. Calculez l'aire géométrique de la surface comprise entre les fonctions  $f(x) = \sin x$  et  $g(x) = \frac{2x}{\pi}$ .
3. Calculez le volume du solide engendré par la rotation autour de l'axe  $X$  de la surface délimitée par une boucle de la fonction sinus et l'axe  $X$ .

**IV. Coniques**

Voici l'ellipse d'équation  $16x^2 + 25y^2 - 400 = 0$ .

- a. Déterminez les coordonnées de son centre, de ses foyers et de ses sommets.
- b. Déterminez une équation cartésienne de son axe focal, de son axe non focal, de ses directrices, de son cercle principal et de son cercle secondaire.
- c. Calculez sa distance focale et son excentricité.
- d. Donnez-en une équation focale et des équations paramétriques.
- e. Faites-en une construction par points (précisez la méthode choisie).
- f. Déterminez ses points d'intersection avec la droite  $D$  d'équation  $y = x + 1$ .
- g. Déterminez une équation cartésienne (sous la forme  $y = ax + b$ ) de sa tangente en son point d'abscisse  $-2$  et d'ordonnée positive.