



Votre nom : .....

Votre classe : 5TC (SM) – TD (FM)

---

## CS de mathématique du 16 juin 2009

---

### Consignes :

- Veuillez compléter avec soin le questionnaire que voici.
  - Ne dégrafez les feuilles en aucun cas.
  - Si vous manquez d'espace pour développer les calculs, vous pouvez utiliser le verso de la feuille.
  - Une calculette est autorisée pour un usage strictement personnel.
  - Comme feuilles de brouillon, vous ne pouvez utiliser que les feuilles fournies par le Collège.
  - Le CS doit être terminé à 12h20.
- 

### Cadre réservé au professeur :

	Question 1	Question 2	Question 3	Question 4	Question 5	Question 6
Restituer						
Comprendre						
Appliquer						

Bon travail

Jean-Pierre Verbeque



Votre nom : .....

Votre classe : 5TC (SM) – TD (FM)

---

Question 1 : LIMITES

---

Voici la fonction numérique réelle  $f$  définie par  $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \leq 2 \\ 1 & \text{si } 2 < x < 3 \\ 4 - x & \text{si } x > 3 \end{cases}$

- Faites un graphe cartésien de  $f$
  - Les limites de  $f$  en 2 et en 3 ont-elles un sens ? Justifiez votre réponse.
  - Quelles sont ces limites ? Expliquez.
-



Votre nom : .....

Votre classe : 5TC (SM) – TD (FM)

---

Calculez (sans utiliser la règle de l'Hospital)

---

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 5x + 2}{3x^2 - 5x - 2} =$

---

b)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+2) - \sqrt{5x+10}}{\sqrt{2x+9} - \sqrt{6x-3}} =$



Votre nom : .....

Votre classe : 5TC (SM) – TD (FM)

---

Rappel : ne pas utiliser la règle de l'Hospital

---

c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (4x + \sqrt{16x^2 - 4x + 3}) =$

---

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2}$



Votre nom : .....

Votre classe : 5TC (SM) – TD (FM)

---

Question 2 : DERIVEES

- A. Définissez dans un contexte adéquat : *dérivée de  $f$  au point  $a$*
- B. Donnez, sans la démontrer, une interprétation géométrique de la dérivée de  $f$  au point.
- C. Énoncez et démontrez le théorème qui fournit la formule de la dérivée au point  $a$  d'un produit de fonctions.



Votre nom : .....

Votre classe : 5TC (SM) – TD (FM)

---

Question 3 : VARIATIONS DE FONCTIONS

---

Réalisez une étude complète des variations de la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto f(x) = \frac{x^3}{2x^2 - 2}$ .

1. Etude de  $f$

$\text{dom}f =$

$f \cap X =$

$f \cap Y =$

AV

AH

AO

2. Etude de  $f'$

$f'(x) =$

Tableau du signe de  $f'(x)$

3. Etude de  $f''$

$f''(x) =$

Tableau du signe de  $f''(x)$



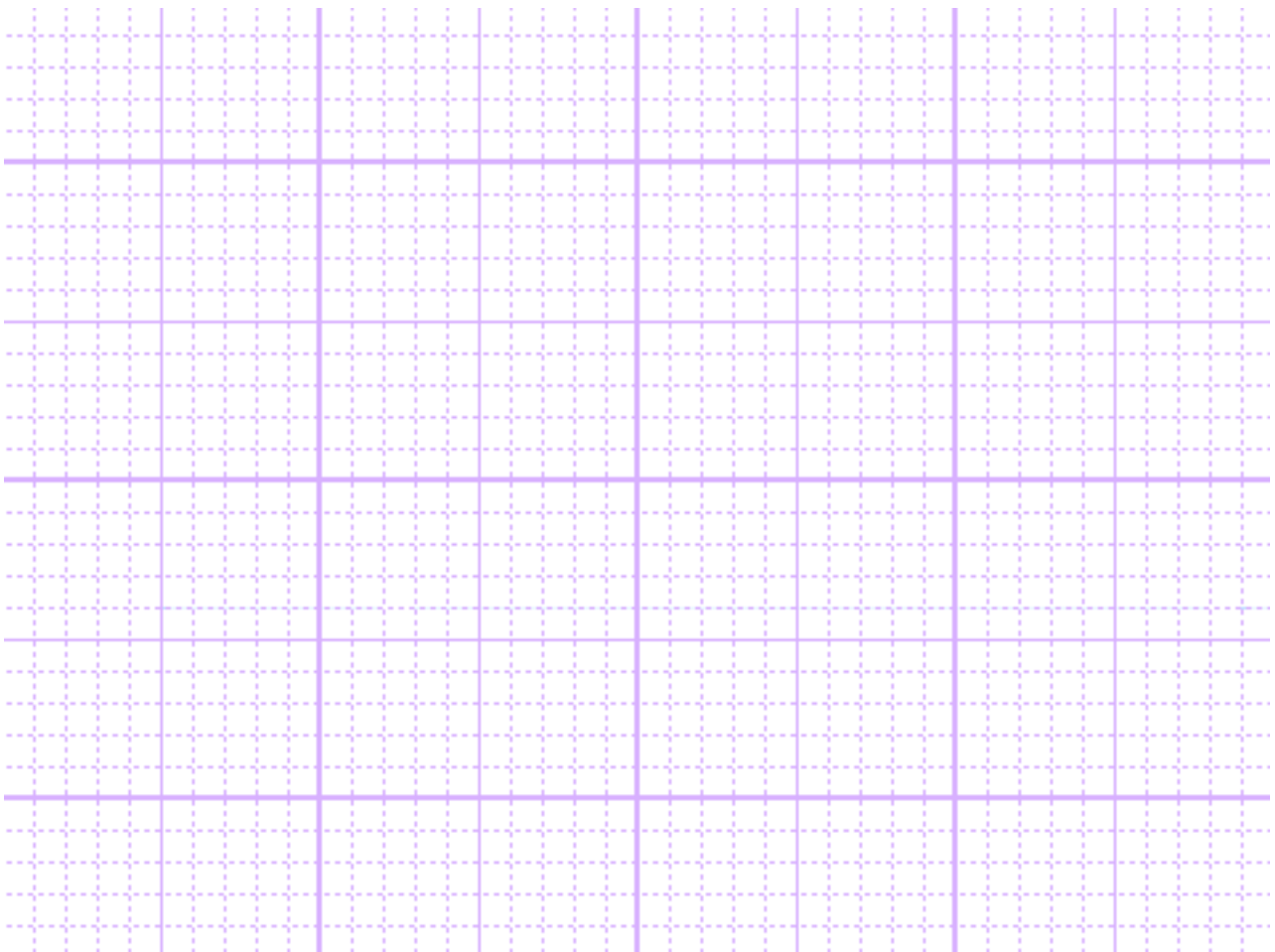
Votre nom : .....

Votre classe : 5TC (SM) – TD (FM)

---

#### 4. Tableau général

#### 5. Graphique





Votre nom : .....

Votre classe : 5TC (SM) – TD (FM)

---

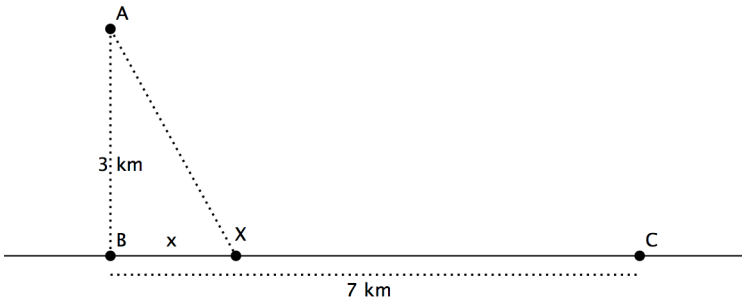
Question 4 : OPTIMISATION

---

Un homme se trouve dans une barque au point A situé à 3 km du point B le plus proche du rivage.

Il désire rejoindre le plus vite possible le point C du rivage situé à 7 km du point B.

A quelle distance  $x$  du point B doit-il accoster, sachant qu'il rame à du 4 km/h et qu'il court à du 6 km/h ?







Votre nom : .....

Votre classe : 5TC (SM) – TD (FM)

---

Question 5 : SUITES ET GEOMETRIE DE L'ESPACE

---

1. La somme de trois nombres  $a$ ,  $b$  et  $c$  est 39.  
La somme des carrés de ces trois nombres est 957.  
Ces trois nombres sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique.  
Déterminez ces trois nombres  $a$ ,  $b$  et  $c$ .

- 
2. Calculez la somme des termes de la suite géométrique illimitée de premier terme 1 et de raison 0,5.



Votre nom : .....

Votre classe : 5TC (SM) – TD (FM)

---

3. Calculez l'angle aigu, en degrés – minutes, que forme la droite A avec le plan  $\alpha$

$$A \equiv \begin{cases} x = 2 + 5\lambda \\ y = 5 - 2\lambda \\ z = 3\lambda - 1 \end{cases} \text{ et } \alpha \equiv 3x - 2y + z - 4 = 0$$

Faites un schéma de la situation et expliquez votre méthode de calcul.



Votre nom : .....

Votre classe : 5TC (SM) – TD (FM)

---

Question 6 : SYSTEMES LINEAIRES DE TROIS EQUATIONS A TROIS INCONNUES

---

Résolvez, discutez et interprétez géométriquement dans  $\mathbb{R}^3$  le système suivant :

$$\begin{cases} x + y + \lambda z = 1 \\ x + \lambda y + z = \lambda \quad (\lambda \text{ est un paramètre réel}). \\ \lambda x + y + z = \lambda^2 \end{cases}$$