Déterminez les éléments de symétrie et les points particuliers de la courbe C d'équation polaire $\rho = \cos 2\omega$. Esquissez ensuite son graphe.

1. Eléments de symétrie

- La droite contenant l'axe polaire est axe de symétrie de C car $\cos 2\omega = \cos 2(-\omega)$.
- Le pôle est centre de symétrie de C car $\cos 2\omega = \cos 2(\omega + \pi)$.
- La perpendiculaire par le pôle à l'axe polaire est axe de symétrie car $\cos 2\omega = \cos 2(\pi - \omega)$.

2. Points particuliers

- Intersection de C avec la droite contenant l'axe polaire : $(0,1)$ et $(\pi,1)$.
- Intersection de C avec la perpendiculaire par le pôle à l'axe polaire : $\varnothing$ car $\omega = \frac{\pi}{2}$ ou $\frac{3\pi}{2} \Rightarrow \rho = -1$
- Les points de C les plus éloignés horizontalement du pôle : on les obtient en annulant la dérivée de $\rho\cos\omega$ par rapport à ω.

  $\left(\rho\cos\omega\right)'_{\omega} = \left(\cos 2\omega \cdot \cos\omega\right)'_{\omega} = \ldots = \sin\omega\left(1 - 6\cos^2\omega\right) = 0$ ssi $\sin\omega = 0$ ou $\cos\omega = \pm\sqrt{\frac{1}{6}}$

  $\sin\omega = 0$ pour $\omega = 0$ ou π. Dans ces cas, $\rho = 1$

  $\cos\omega = \pm\sqrt{\frac{1}{6}}$ pour $\omega = \pm 1{,}15$ ou $\omega = \pm 1{,}99$. Dans ces cas, $\rho < 0$.

  Les points recherchés sont donc $(1,0)$ et $(\pi,0)$.
- Les points de C les plus éloignés verticalement du pôle : on les obtient en annulant la dérivée de $\rho\sin\omega$ par rapport à ω.

  $\left(\rho\sin\omega\right)'_{\omega} = \left(\cos 2\omega \cdot \sin\omega\right)'_{\omega} = \ldots = \cos\omega\left(1 - 6\sin^2\omega\right) = 0$ ssi $\cos\omega = 0$ ou $\sin\omega = \pm\sqrt{\frac{1}{6}}$

  $\cos\omega = 0$ pour $\omega = \frac{\pi}{2}$ ou $3\frac{\pi}{2}$. Dans ces cas, $\rho = -1$.

  $\sin\omega = \pm\sqrt{\frac{1}{6}}$ pour $\omega = \pm 0{,}42$ ou $\pm 2{,}72$. Dans ces cas $\rho = 0{,}66$.

  Les points recherchés sont donc $(0{,}66\ ;\ \pm 0{,}42)$ et $(0{,}66\ ;\ \pm 2{,}72)$.

3. Graphe