DEVOIR DU 1er AVRIL 2009

Résoudre : $2\ln(x+1)=4\ln 2$

$2\ln(x+1)=4\ln 2$ ssi $\ln(x+1)^2=\ln 2^4$ et $x+1>0$ $\underset{\text{ln est bijective}}{\text{ssi}}$ $(x+1)^2=16$ et $x+1>0$ ssi $x+1=4$.

$S=\{3\}$

Résoudre : $5\ln^2 x-3\ln x^2-1=0$

$5\ln^2 x-3\ln x^2-1=0$ ssi $5\ln^2 x-6\ln x-1=0$ ssi $\ln x=\dfrac{3\pm\sqrt{14}}{5}$ ssi $x=e^{\frac{3\pm\sqrt{14}}{5}}$

$S=\{e^{\frac{3\pm\sqrt{14}}{5}}, e^{\frac{3\pm\sqrt{14}}{5}}\}$

Résoudre : $\ln(3x^2-1)\geq\ln 5$

$\ln(3x^2-1)\geq\ln 5$ $\underset{\text{ln est croissante}}{\text{ssi}}$ $3x^2-1\geq 5$ ssi $3x^2\geq 6$ ssi $x^2\geq 2$

$S=\left]\leftarrow,-\sqrt{2}\right]\cup\left[\sqrt{2},\rightarrow\right[$

Rem : Si $3x^2-1\geq 5$ alors forcément $3x^2-1>0$. Il n' y a donc pas de problème existentiel.

Résoudre : $\ln^2 x-5\ln x+4\geq 0$

$\ln^2 x-5\ln x+4\geq 0$ ssi $\ln x\leq 1$ ou $\ln x\geq 4$ ssi $0<x\leq e$ ou $x\geq e^4$ (ln est croissante)

$S=\left]0,e\right]\cup\left[e^4,\rightarrow\right[$

DEVOIR DU 4 MAI 2009

Déterminez une équation cartésienne de la tangente au graphe de la fonction f, au point d'abscisse p :

a) p = 1 et $f(x)=e^{4x}+1$

On sait que la tangente T à f au point d'abscisse p a pour équation $T\equiv y-f(p)=f'(p)(x-p)$

Dans ce cas-ci : $f(p)=f(1)=e^4+1$ et $f'(x)=4e^{4x}$, d'où $f'(p)=f'(1)=4e^4$.

Ainsi $T\equiv y-e^4-1=4e^4(x-1)$ ou $\underline{T\equiv y=4e^4x+1-3e^4}$.

---

b) p = 2 et $f(x)=\sqrt{e^{4x}+1}$

Procédons de la même manière :

$f(p)=f(2)=\sqrt{e^8+1}$

$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{e^{4x}+1}}4e^{4x}$, d'où $f'(p)=f'(2)=\dfrac{2e^8}{\sqrt{e^8+1}}$.

Dès lors : $T\equiv y-\sqrt{e^8+1}=\dfrac{2e^8}{\sqrt{e^8+1}}(x-2)$ ou $\underline{T\equiv y=\dfrac{2e^8}{\sqrt{e^8+1}}x+\dfrac{1-3e^8}{\sqrt{e^8+1}}}$.
