Déterminez les asymptotes verticales, horizontales et obliques des fonctions suivantes :

$$f(x)=\frac{2x+3}{x-4};\quad g(x)=\frac{3x^2-15x}{x^2-6x+5};\quad h(x)=\sqrt{4x^2-10x+6}$$

---

## 1°) La fonction f

**Asymptote verticale**

$AV \equiv x=4$ car $\lim\limits_{4^-} f=-\infty$ et $\lim\limits_{4^+} f=+\infty$ (tableau de signes)

**Asymptote horizontale**

$AH \equiv y=2$ en $+\infty$ car $\lim\limits_{+\infty} f=2$

$AH \equiv y=2$ en $-\infty$ car $\lim\limits_{-\infty} f=2$

**Asymptote oblique**

Pas d'AO parce qu'il y a une AH en $+\infty$ et en $-\infty$.

## 2°) La fonction g

**Asymptote verticale**

Etant donné que $\operatorname{dom} g=\mathbb{R}\setminus\{1,5\}$, il y a deux candidats au poste d'AV : les droites x = 1 et x = 5.

La droite d'équation x = 5 n'est pas AV, car $\lim\limits_{5} g \left(=\frac{0}{0}\right)=\lim\limits_{5}\frac{3x\cancel{(x-5)}}{(x-1)\cancel{(x-5)}}=\frac{15}{4}$.

La droite d'équation x = 1 est AV, car $\lim\limits_{1^-} g=-\infty$ et $\lim\limits_{1^+} g=+\infty$ (tableau de signes)

**Asymptote horizontale**

$AH \equiv y=3$ en $+\infty$ car $\lim\limits_{+\infty} g=3$

$AH \equiv y=3$ en $-\infty$ car $\lim\limits_{-\infty} g=3$

**Asymptote oblique**

Pas d'AO parce qu'il y a une AH en $+\infty$ et en $-\infty$.

## 3°) La fonction h

**Asymptote verticale**

Puisque $\operatorname{dom} h=\mathbb{R}\setminus\left]1,\frac{3}{2}\right[$, les candidats aux postes d'AV sont les droites x = 1 et x = 1,5. Ils sont aussitôt rejetés puisque h(1) = 0 = h(1,5). Donc, pas d'AV pour h.

**Asymptote horizontale**

Pas d'AH puisque $\lim\limits_{\pm\infty} h=+\infty$.

**Asymptote oblique**

en $+\infty$ : $AO \equiv y=2x-\frac{5}{2}$

en $-\infty$ : $AO \equiv y=-2x+\frac{5}{2}$

Les calculs sont quelque peu développés à la page suivante.

en $+\infty$ : $AO \equiv y = ax + b$

$$a = \lim_{+\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 10x + 6}}{x} = \ldots = \lim_{+\infty} \frac{x\sqrt{4 - \frac{10}{x} + \frac{6}{x^2}}}{x} = 2$$

$$b = \lim_{+\infty} \sqrt{4x^2 - 10x + 6} - 2x = \ldots \underset{\text{B.C.}}{=} \lim_{+\infty} \frac{-10x + 6}{\sqrt{4x^2 - 10x + 6} + 2x} = \ldots = \frac{-10}{4} = -\frac{5}{2}$$

en $-\infty$ : $AO \equiv y = ax + b$

$$a = \lim_{-\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 10x + 6}}{x} = \ldots = \lim_{-\infty} \frac{-x\sqrt{4 - \frac{10}{x} + \frac{6}{x^2}}}{x} = -2$$

$$b = \lim_{-\infty} \sqrt{4x^2 - 10x + 6} + 2x = \ldots \underset{\text{B.C.}}{=} \lim_{-\infty} \frac{-10x + 6}{\sqrt{4x^2 - 10x + 6} - 2x} = \ldots = \frac{-10}{-4} = \frac{5}{2}$$