



102^{ème} année

Septembre 2007

Chers parents, chers élèves,
Chers collègues professeurs de mathématique,

L'inspection de la Fédération de l'Enseignement Secondaire Catholique (FESeC) ayant estimé que le manuel de mathématique utilisé au Collège Saint-Pierre, en première année, est incomplet, nous avons décidé de lui adjoindre le chapitre manquant. Celui-ci concerne une introduction à la Statistique et plus précisément l'apprentissage du relevé, de la présentation et du traitement de données statistiques.

J'ai donc rédigé des notes sur cette matière durant les vacances scolaires d'été et les ai transmises à Jean-Pierre Verbeque, notre responsable de branche. Celui-ci les a analysées, critiquées et remaniées.

Voici le résultat de notre travail.

Claude Voglet
directeur

Bibliographie :

FESeC, *Mathématiques du 1^{er} degré, Programme*, 2000.

FESeC, *Mathématiques du 1^{er} degré, Guide Méthodologique*, 2001.

BRENY H., *Cours de Calcul des Probabilités (Fascicule 1, Statistique Descriptive)*. H. Dessain, 1970.

BRENY H., *Introduction Elémentaire aux Principes et Méthodes de la Théorie des Probabilités y compris l'Analyse Statistique*. Presses Universitaires de Bruxelles, Collection Frédérique, 1969.

ANCIA P., DUQUESNE N., GRONDAL C., WANT A., *Actimath 1*. Van In, 1999.

ADAM, CLOSE, JANSSENS, LOUSBERG, *Espace Math 1*. De Boeck - Wesmael, 2000.

ADAM, CLOSE, JANSSENS, LOUSBERG, NOIRHOMME, *Espace Math 2*. De Boeck - Wesmael, 2000.

BAUDELET B., CASTIAUX M., CLOSE P., JANSSENS R., *Mathématiques - des Situations pour Apprendre 1 - Manuel de Référence*. De Boeck, 2005.

DANEL J-M, HUGO C-A, *Astro Math 1b*. Plantyn, 2003.

DANEL J-M, HUGO C-A, *Astro Math, Boîte à Outils*. Plantyn, 2003.

EduSCOL, *Mathématiques Collège, Projet de document d'accompagnement - Organisation et gestion de données*. Ministère de l'Education Nationale, France, 2007.

LALANNE C., *Statistiques Appliquées à l'Expérimentation en Sciences Humaines*. LENA CNRS, 2005.

ROUCHE N., *Des Grandeurs aux Espaces Vectoriels*. CREM, 2002.

Relevé, présentation et traitement de données statistiques¹

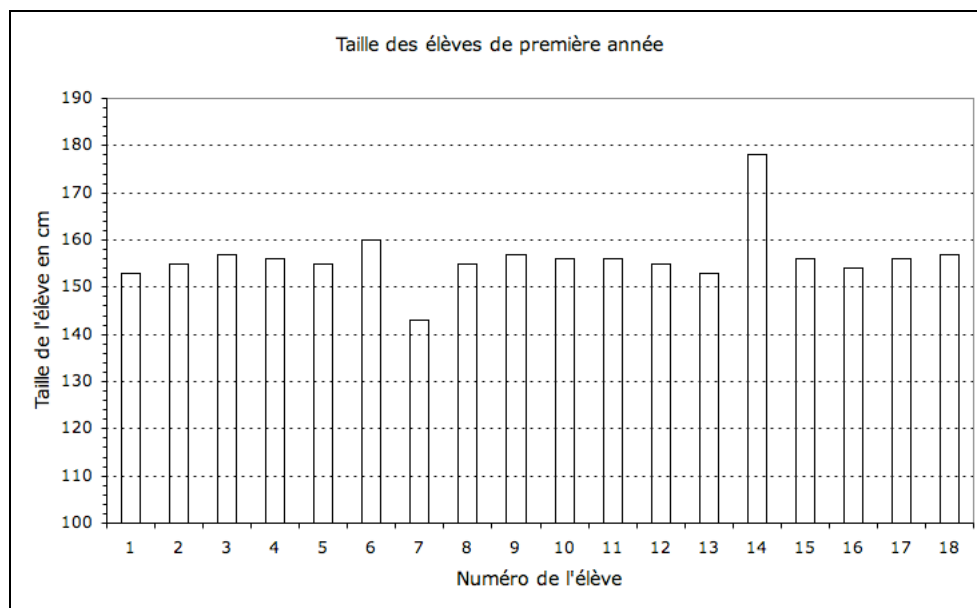
EX1. Une classe de première année (composée uniquement de garçons) se présente à la visite médicale et l'infirmière note soigneusement la taille de chacun des élèves dans le tableau que voici:

Numéro de l'élève	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Taille en cm	153	155	157	156	155	160	143	155	157	156	156	155	153	178	156	154	156	157

- Tableau 1 -

De manière inconsciente peut-être, cette brave dame est en train de faire de la statistique ou des statistiques². En recueillant toutes ces données, elle vient en effet de réaliser ce que l'on appelle **un tableau statistique**. Il est bien joli, ce tableau. Mais qu'en faire?

Eh bien, par exemple, le **diagramme en bâtonnets** que voici:



- Diagramme 1 -

Ce diagramme nous permet de voir toutes les données d'un seul coup d'oeil.

C'est vrai qu'il ne nous apprend pas grand chose mais il est plus lisible que le tableau 1. On voit que tous les élèves ont, à peu près, la même taille. On distingue cependant les élèves numéros 7 et 14, respectivement le plus petit et le plus grand de la classe.

La réalisation de ce diagramme exige beaucoup de travail et de soin, surtout si on le construit à la latte et au crayon, et les résultats que l'on en tire sont bien maigres.

Comment améliorer notre analyse des données recueillies par l'infirmière?

Comment traiter ces données afin qu'elles nous donnent davantage d'informations?

¹ Les présentes notes ont été rédigées par Jean-Pierre Verbeque, professeur au Collège Saint-Pierre avec l'aimable collaboration de Claude Voglet, directeur du Collège Saint-Pierre.

² Le mot **statistique** a un double sens:

- Utilisé au pluriel (les statistiques), il désigne un ensemble de données chiffrées qui fournissent des informations sur une population (par exemple, les statistiques de l'emploi en Belgique, mois par mois, durant l'année 2006).
- Utilisé au singulier (la statistique), il désigne une branche de la mathématique qui a pour but d'extraire des informations d'un échantillon afin d'en tirer une prévision et parfois même une décision.

Classons les tailles relevées par l'infirmière dans l'ordre croissant:

143; 153; 154; 155; 155; 155; 155; 156; 156; 156; 156; 156; 157; 157; 157; 157; 160; 178.

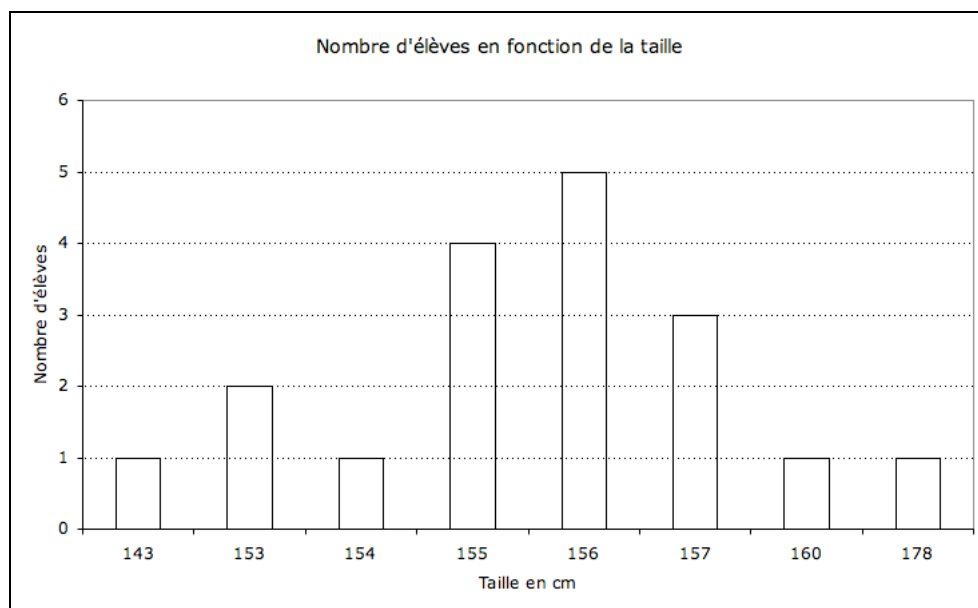
On constate qu'il y a un élève qui mesure 143 cm, un élève qui mesure 153 cm, un élève qui mesure 154 cm, quatre élèves qui mesurent 155 cm, etc ...

Réalisons un nouveau tableau qui rassemble ces informations:

Taille en cm	143	153	154	155	156	157	160	178
Nombre d'élèves de cette taille	1	2	1	4	5	3	1	1

- Tableau 2 -

et le diagramme en bâtonnets qui peut y être associé:



- Diagramme 2 -

Ce diagramme est plus explicite que le diagramme 1 et au moins aussi clair que le tableau 2.

Réponds aux quelques questions que voici:

1. Quelle est la taille la plus souvent relevée dans cette classe de première ?
2. Les élèves qui mesurent 156 cm sont-ils les plus nombreux dans cette classe?
3. Quelle est la taille la moins souvent relevée dans cette classe ?
4. Combien y a-t-il d'élèves dont la taille est strictement inférieure à 156 cm ?
5. Combien y a-t-il d'élèves dont la taille est comprise entre 155 et 157 cm ?
6. Combien y a-t-il d'élèves dont la taille est strictement comprise entre 155 et 157 cm ?
7. Peut-on affirmer que dans toutes les classes de première de Belgique, c'est la taille de 156 cm qui admet le plus de représentants ?

Commentaires

1. Le vocabulaire des statisticiens est multiple et varié. Ceux-ci n'hésitent pas à utiliser plusieurs mots différents pour désigner la même notion et parfois même, ils choisissent des mots de la vie courante, auxquels ils attribuent un sens différent qui n'existe que dans le cadre de la statistique.

Individu = unité statistique = la personne, l'objet ou l'élément dont on observe une propriété.

Dans EX1, chaque élève est un individu ou une unité statistique dont on observe la taille.

Population = l'ensemble des individus

Dans EX1, la population est la classe de première année.

Variable = caractère = valeur = donnée = l'information qui est recueillie à propos d'un individu.

Dans EX1, les variables sont les tailles des élèves.

Effectif = nombre d'individus qui ont le même caractère, la même variable, la même donnée.

Dans EX1, l'effectif associé à la variable 155 est 4.

Effectif total = effectif global = nombre d'individus de la population.

Dans EX1, l'effectif global = le nombre d'élèves de la classe = 18.

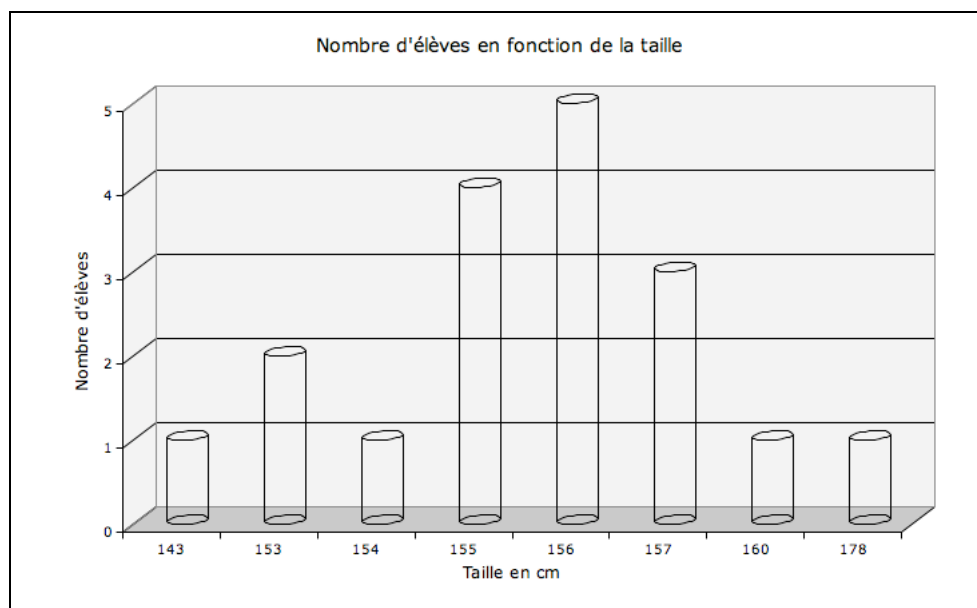
2. Généralement, le statisticien utilise un diagramme en bâtonnets (ou en bâtons) pour mettre en évidence les effectifs des différentes valeurs.

Ainsi le diagramme 1 n'a que peu d'intérêt aux yeux du statisticien puisqu'il fournit la valeur de chaque individu. Par contre, le diagramme 2 qui fournit l'effectif de chaque valeur l'intéresse tout particulièrement.

3. Comment réaliser un diagramme en bâtonnets à la main ?

- On trace deux axes: deux demi-droites de même origine, l'une horizontale et l'autre verticale.
- Sur l'axe horizontal, on note les valeurs des individus en les disposant harmonieusement. L'axe horizontal n'est pas gradué et si les valeurs sont numériques, on les place simplement l'une à la suite de l'autre.
- L'axe vertical, quant à lui, est gradué de manière intelligente. Il n'est pas obligatoire de placer le zéro de la graduation à l'origine des axes.
- Les bâtonnets sont déposés verticalement sur l'axe horizontal au-dessus des valeurs et leur hauteur correspond à l'effectif. Ils sont tous de même largeur et celle-ci est laissée au libre choix du dessinateur.
- Enfin, on donne un titre au diagramme et des noms aux axes en précisant les éventuelles unités de mesure.

4. Tout ordinateur, équipé d'un logiciel particulier appelé tableur, permet de réaliser des diagrammes en bâtonnets plus élaborés. Voici, par exemple, une version tridimensionnelle du diagramme 2.



- Diagramme 3 -

EX2. La même classe se rend ensuite auprès du psychologue qui fait subir un test aux élèves. Il leur demande à chacun de préciser quelle couleur ils préfèrent parmi le rouge, le vert et le bleu. Lui aussi note soigneusement les réponses des élèves dans un tableau:

Elève n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Couleur	B	R	R	V	V	R	R	B	V	R	V	R	V	B	R	R	V	R

- Tableau 3 -

Dans ce cas-ci, les données récoltées ne sont pas quantitatives (ce ne sont pas des nombres), elles sont qualitatives. Il faut d'abord traiter l'information avant de réaliser un diagramme en bâtonnets. Comme dans l'exercice précédent nous regroupons les valeurs en les classant, par exemple dans l'ordre alphabétique:

B,B,B,R,R,R,R,R,R,R,R,R,V,V,V,V,V,V

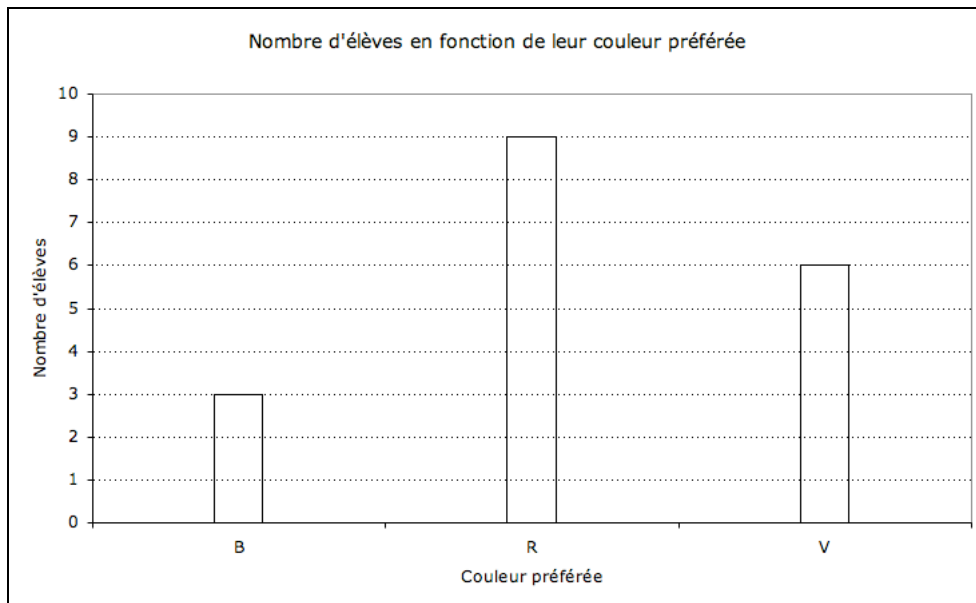
De cette manière, on compte facilement l'effectif de chaque valeur.

Il s'en dégage le tableau,

Couleur préférée	B	R	V
Nombre d'élèves	3	9	6

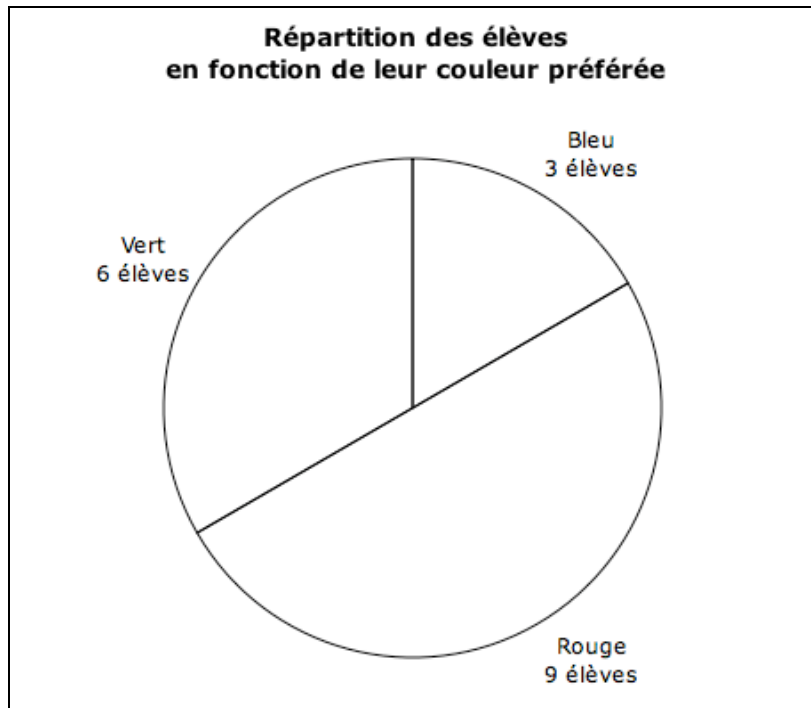
- Tableau 4 -

et ensuite le diagramme en bâtonnets:



- Diagramme 4 -

Afin d'avoir une meilleure vision globale de la situation, le psychologue qui se souvient d'avoir étudié les statistiques à l'Université, réalise le diagramme suivant:



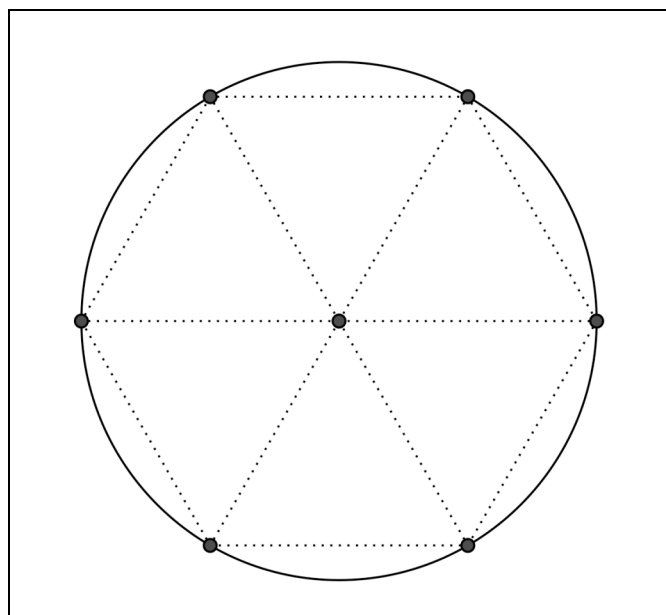
- Diagramme 5 -

☺ Ce dessin sera plus parlant si tu le colories soigneusement en utilisant les couleurs proposées!

Un tel graphique est appelé **diagramme circulaire** (parfois on dit aussi camembert ou tarte). Il représente l'ensemble de la population examinée, c'est-à-dire la classe de première. Son effectif global est de 18 élèves et 9 d'entre eux préfèrent la couleur rouge, soit la moitié de la population. Il est donc normal qu'un demi camembert leur soit consacré.

Peux-tu expliquer de quelle manière le psychologue a déterminé les deux parts restantes ?

L'examen attentif du dessin ci-dessous doit pouvoir t'aider à répondre.



- Figure 1 -

Commentaires

- Généralement, le statisticien utilise un diagramme circulaire pour mettre en évidence la manière dont se partage une population en fonction des propriétés de ses individus. Les aires des secteurs sont proportionnelles aux effectifs et leurs angles aussi.
Ainsi, le diagramme 5 montre clairement qu'à choisir entre les trois couleurs proposées - bleu, rouge, ou vert - la moitié des élèves de la classe de première préfère la couleur rouge, un tiers des élèves préfère le vert et un sixième des élèves préfère le bleu. Observons que $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$
- La construction du diagramme circulaire de l'EX2 n'a pas présenté de difficulté particulière grâce au fait que les nombres d'élèves préférant telle ou telle autre couleur convenaient parfaitement pour partager un disque. Il n'en sera pas toujours ainsi et il sera souvent nécessaire de se lancer dans des calculs de proportions pour pouvoir déterminer la taille des différents secteurs circulaires qui partagent le disque. Ton professeur t'expliquera la méthode à suivre.
- Comment réaliser un diagramme circulaire à la main ?
 - On trace un cercle dont le rayon est éventuellement donné.
 - On calcule (en degrés ou en pour-cent) les angles des secteurs circulaires représentant les différents effectifs. (Leur somme doit être égale à 360 degrés ou 100%).
 - On reporte soigneusement ces angles, l'un à la suite de l'autre, à l'aide d'un rapporteur, au centre du cercle.
 - On attribue une couleur à chacun de ces secteurs.
 - On indique l'effectif que chaque secteur représente soit en regard de chaque secteur, soit au moyen d'une légende.
 - On donne enfin un titre au diagramme.

EX3 En juin 2007, le Collège comptait 260 élèves en première année.

- 212 ont obtenu une attestation A (réussite)
- 10 ont obtenu une attestation B (réussite avec restriction)
- 38 ont obtenu une attestation C (échec).

On demande de réaliser un diagramme circulaire qui représente l'ensemble de ces résultats.

Commençons par faire un tableau que l'on complètera au fur et à mesure :

Attestation obtenue	Effectif	Fréquence (en %)	Angle du secteur circulaire (en degrés)
A	212		
B	10		
C	38		
Total	260		

- Tableau 5 -

Calculons ensuite le pourcentage d'élèves ayant obtenu telle attestation, c'est ce qu'on appelle la fréquence d'une donnée.

La fréquence d'une donnée = le quotient obtenu en divisant l'effectif de cette donnée par l'effectif total.

On l'exprime le plus souvent en pour-cent.

$$\text{Fréquence de l'attestation A} = \frac{212}{260} \cong 0,815 = 81,5\%$$

$$\text{Fréquence de l'attestation B} = \frac{10}{260} \cong 0,038 = 3,8\%$$

$$\text{Fréquence de l'attestation C} = \frac{38}{260} \cong 0,146 = 14,6\%$$

On complète la troisième colonne du tableau :

Attestation obtenue	Effectif	Fréquence (en %)	Angle du secteur circulaire (en degrés)
A	212	81,5	
B	10	3,8	
C	38	14,6	
Total	260	99,9 \cong 100	

- Tableau 6 -

On observe que la somme des fréquences égale 99,9% au lieu de 100%. C'est pratiquement inévitable à cause des erreurs (légères) d'arrondi.

Pour calculer les angles des secteurs circulaires représentant les effectifs en fonction de l'attestation obtenue, on multiplie les fréquences par 3,6 puisque un disque complet, qui représente 100% de la population, a un angle au centre de 360°.

$$\text{Angle du secteur A} = 81,5 \times 3,6^\circ = 293,4^\circ \cong 293^\circ$$

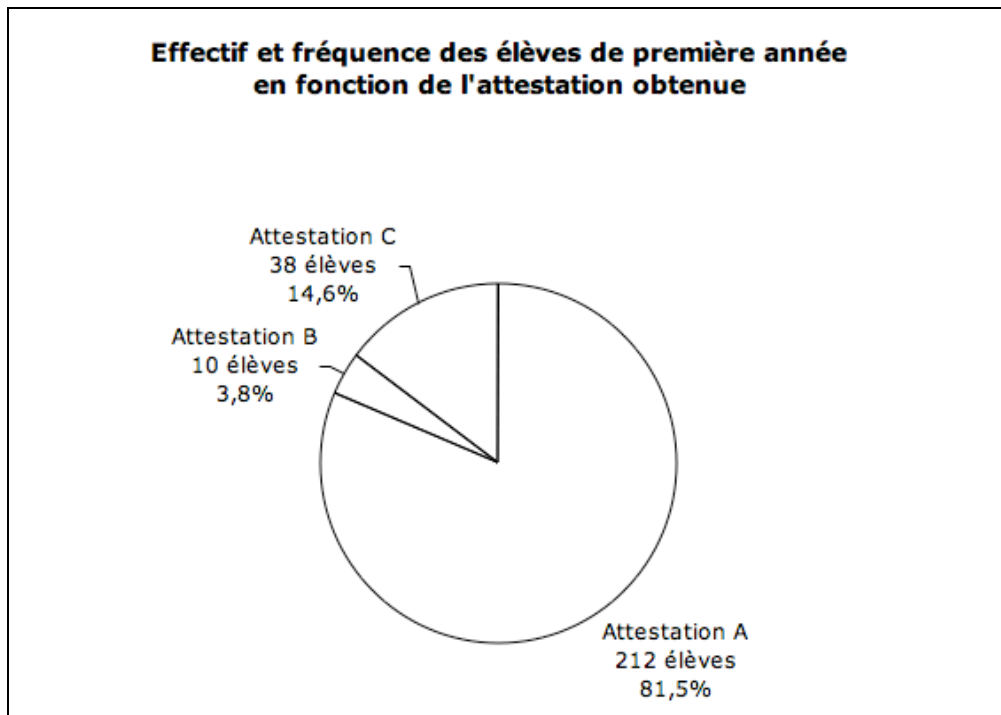
$$\text{Angle du secteur B} = 3,8 \times 3,6^\circ = 13,68^\circ \cong 14^\circ$$

$$\text{Angle du secteur C} = 14,6 \times 3,6^\circ = 52,56^\circ \cong 53^\circ$$

On achève le tableau et on termine l'exercice en dessinant le diagramme circulaire :

Attestation obtenue	Effectif	Fréquence (en %)	Angle du secteur circulaire (en degrés)
A	212	81,5	293
B	10	3,8	14
C	38	14,6	53
Total	260	99,9 \cong 100	360

- Tableau 7 -



- Diagramme 6 -

☺ Ce diagramme sera plus joli si tu le colories soigneusement !

Exercices non résolus

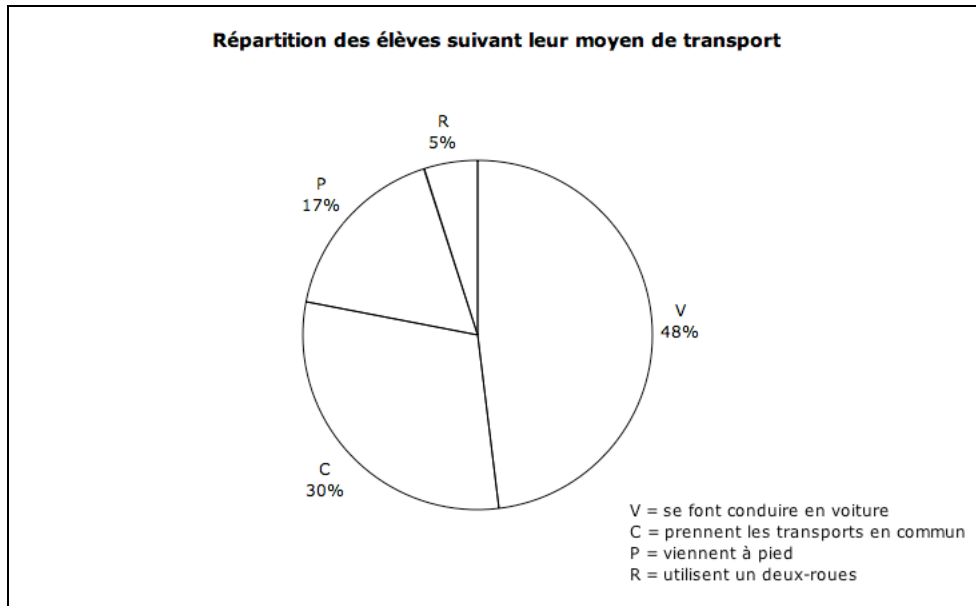
EX4 : Pendant le temps de midi, les élèves d'une école namuroise ont trois options : soit ils rentrent dîner à la maison, soit ils mangent leur pique-nique à l'école, soit ils prennent un repas chaud à l'école. Voici un diagramme en bâtonnets qui représente la répartition des élèves en fonction de leur choix :



- Diagramme 7 -

- Colorie le diagramme.
- Combien y a-t-il d'élèves dans cette école ?
- Fais un tableau statistique reprenant les effectifs et les fréquences des différentes variables.
- Construis un diagramme circulaire représentant cette situation. Le cercle aura un rayon de 6 cm.

EX5 : Voici la répartition des 1300 élèves d'une école bruxelloise suivant le moyen de transport qu'ils utilisent pour se rendre à l'école.



- Diagramme 8 -

- Colorie le diagramme.
- Indique la répartition des élèves à l'aide d'un diagramme en bâtonnets ($1\% = 2\text{mm}$).
- Dresse un tableau statistique reprenant les variables, leurs fréquences et leurs effectifs.
- Complète ce tableau statistique en calculant les angles des secteurs du diagramme circulaire.

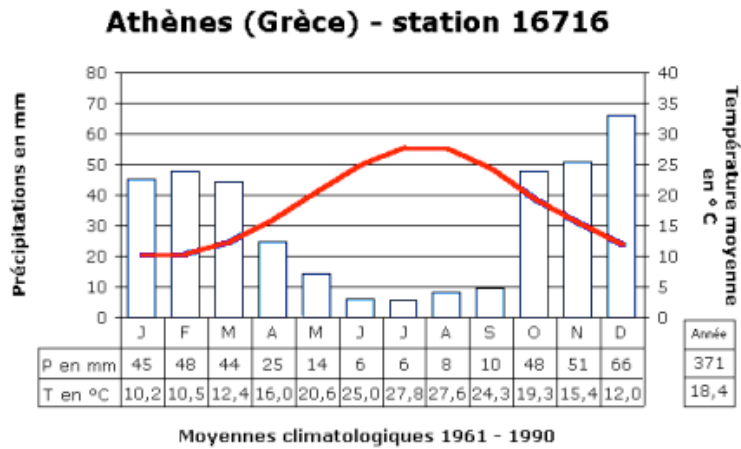
EX6 : Voici le tableau statistique des immatriculations de voitures neuves en Belgique du 1^{er} janvier 2007 au 31 août 2007 :

Marque de la voiture	Allemande	Française	Japonaise	Autre
Pourcentage	40	20	15	

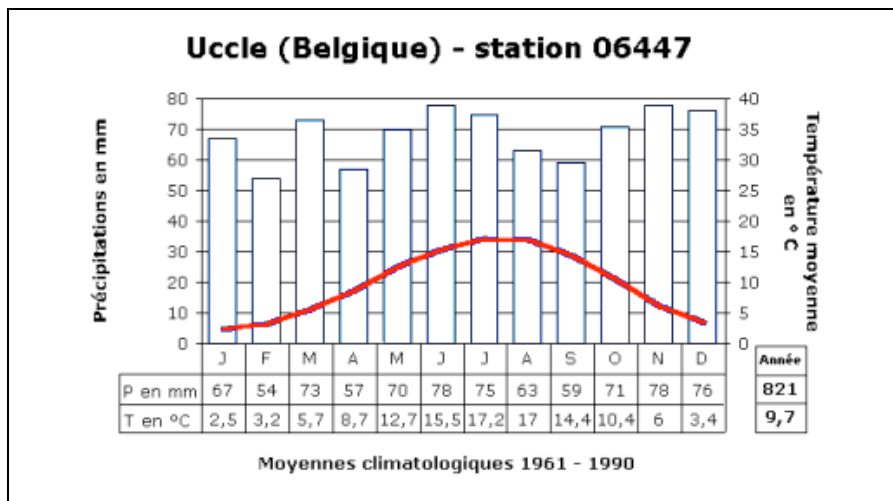
- Tableau 8 -

1. Complète ce tableau.
2. Sachant que 929200 voitures neuves ont été immatriculées, calcule l'effectif de chacune des variables.
3. Représente ce tableau à l'aide d'un diagramme en bâtonnets. La hauteur des bâtonnets doit être de 1 cm pour 5%.
4. Représente ce tableau à l'aide d'un diagramme circulaire. Le rayon du cercle doit être de 5 cm.

EX7 : Les deux diagrammes que voici s'appellent des **climatogrammes**.
 Ils proviennent du site internet de l'IRM, l'Institut Royal Météorologique situé à Uccle.
<http://www.meteo.be/meteo/view/fr/139844-Climatogrammes.html>
 Analyse chacun des deux diagrammes et compare-les ensuite :



- Diagramme 9 -



- Diagramme 10 -

Si tu éprouves des difficultés de lecture et d'interprétation d'un climatogramme, tu trouveras toutes les explications sur le site <http://www.meteo.be/meteo/view/fr/91313-DicoMeteo.html?view=655803>