

COMBINATOIRE (interrogation du 9 novembre 2006 en 6TD)

- I. On dispose de 6 fléchettes numérotées 1, 2, 3, 4, 5, 6 et de 4 cibles nommées A, B, C, D.
De combien de manières peut-on envoyer les six fléchettes dans les quatre cibles ?

1^{ère} méthode : Produit cartésien

Utilisons le codage AADCAB pour signifier que

la fléchette 1 est envoyée dans A, 2 est envoyée dans A, 3 est envoyée dans D

4 est envoyée dans C, 5 est envoyée dans A, 6 est envoyée dans B

Clairement : AADCAB \neq AAABCD

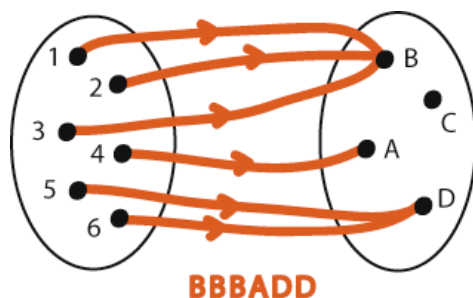
Ainsi, un lancer des six fléchettes égale un 6-uple d'éléments de $\{A, B, C, D\}$.

Combien de tels 6-uples ?

$$\#\{A, B, C, D\}^6 = (\#\{A, B, C, D\})^6 = 4^6 = 4096$$

2^{ème} méthode : Nombre de fonctions

Un lancer des six fléchettes égale une fonction de $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dans $\{A, B, C, D\}$.



Combien de telles fonctions ?

$$\#\{A, B, C, D\}^{\#\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}} = 4^6 = 4096$$

- II. Robin a reçu une boîte de cachets et un tampon encreur à l'occasion de la Saint-Nicolas. Les cachets, au nombre de quatre, représentent les symboles ♥, ♦, ♣, ♠. A l'occasion de son anniversaire (10 ans), il a invité tous les élèves de sa classe à une petite sauterie. Les élèves sont au nombre de 25, Robin compris. Pour faire comme les grands, il a décidé de confectionner des badges à l'aide de ses cachets. Chaque badge comprend trois symboles différents. Combien de badges peut-il ainsi confectionner? Y en aura-t-il assez? Dans la négative, comment peut-il se débrouiller?

Chaque badge égale un mot de trois lettres différentes choisies parmi les lettres ♥, ♦, ♣, ♠.

Ou encore une injection de $\{1, 2, 3\}$ dans $\{\heartsuit, \diamondsuit, \clubsuit, \spadesuit\}$.

Combien de telles injections?

$$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

Ccl: pas assez de badges pour équiper tout le monde

Solutions multiples:

espérer que ses condisciples ne viennent pas tous; ne pas porter de badge lui-même; se fabriquer pour lui-même et seulement lui, un badge à quatre symboles; faire des badges à 4 symboles pour tous ? (NON ça n'avance à rien); faire des badges où les symboles peuvent se répéter; annuler la fête, etc...