Nombre de dérangements de n points laissant p points fixes

Notons $\begin{bmatrix} n \\ p \end{bmatrix}$ le nombre de dérangements de n points laissant p points fixes,

c'est-à-dire le nombre de permutations de n points laissant p points fixes.

On observe : $$\begin{cases} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 1 \ ; \ \begin{bmatrix} n \\ n \end{bmatrix} = 1 \ ; \ \begin{bmatrix} n \\ n-1 \end{bmatrix} = 0 \ ; \ p > n \Rightarrow \begin{bmatrix} n \\ p \end{bmatrix} = 0 \\ p \neq 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} n \\ p \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} n \\ p \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n-p \\ 0 \end{bmatrix} \\ n \neq 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} n \\ 0 \end{bmatrix} = n! - \sum_{i=1}^{n} \begin{bmatrix} n \\ i \end{bmatrix} \end{cases}$$

Ce qui permet de construire le tableau

	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**…**	**n**	**…**
0	1	0	1	2	9	44	265	…	$\begin{bmatrix} n \\ 0 \end{bmatrix}$	…
1	0	1	0	3	8	45	264	…	$\begin{bmatrix} n \\ 1 \end{bmatrix}$	…
2	0	0	1	0	6	20	135	…	$\begin{bmatrix} n \\ 2 \end{bmatrix}$	…
3	0	0	0	1	0	10	40	…	$\begin{bmatrix} n \\ 3 \end{bmatrix}$	…
4	0	0	0	0	1	0	15	…	$\begin{bmatrix} n \\ 4 \end{bmatrix}$	…
5	0	0	0	0	0	1	0	…	$\begin{bmatrix} n \\ 5 \end{bmatrix}$	…
6	0	0	0	0	0	0	1	…	$\begin{bmatrix} n \\ 6 \end{bmatrix}$	…
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
p	0	0	0	0	0	0	0	…	$\begin{bmatrix} n \\ p \end{bmatrix}$	…
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…