

Une jolie famille de primitives

$$\int \sin x dx = -\cos x$$

$$\int x \sin x dx = -x \cos x + \sin x$$

$$\int x^2 \sin x dx = (-x^2 + 2) \cos x + 2x \sin x$$

$$\int x^3 \sin x dx = (-x^3 + 6x) \cos x + (3x^2 - 6) \sin x$$

$$\int x^4 \sin x dx = (-x^4 + 12x^2 - 24) \cos x + (4x^3 - 24x) \sin x$$

etc...

$$\forall n \in \mathbb{N} : \int x^n \sin x dx = \cos x \cdot \sum_{i=0}^n (-1)^{i+1} \frac{d^{2i} x^n}{dx} + \sin x \cdot \sum_{i=0}^n (-1)^i \frac{d^{2i+1} x^n}{dx}$$

EX : Démontrez la formule ci-dessus par récurrence.

EX : Calculez une primitive de $x^n \cos x$.

EX : Calculez une primitive de $x^n \ln x$.