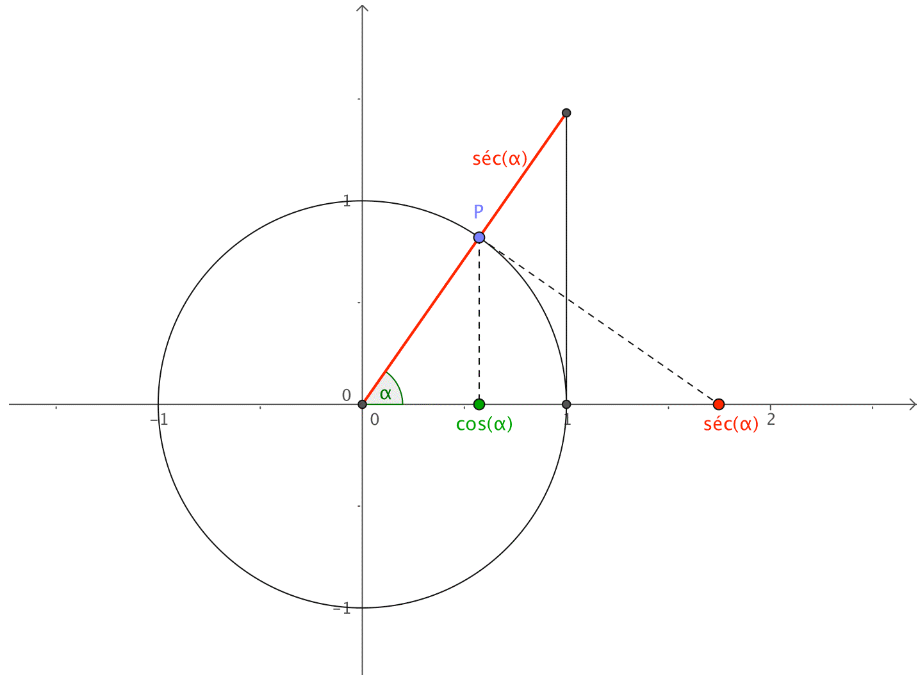
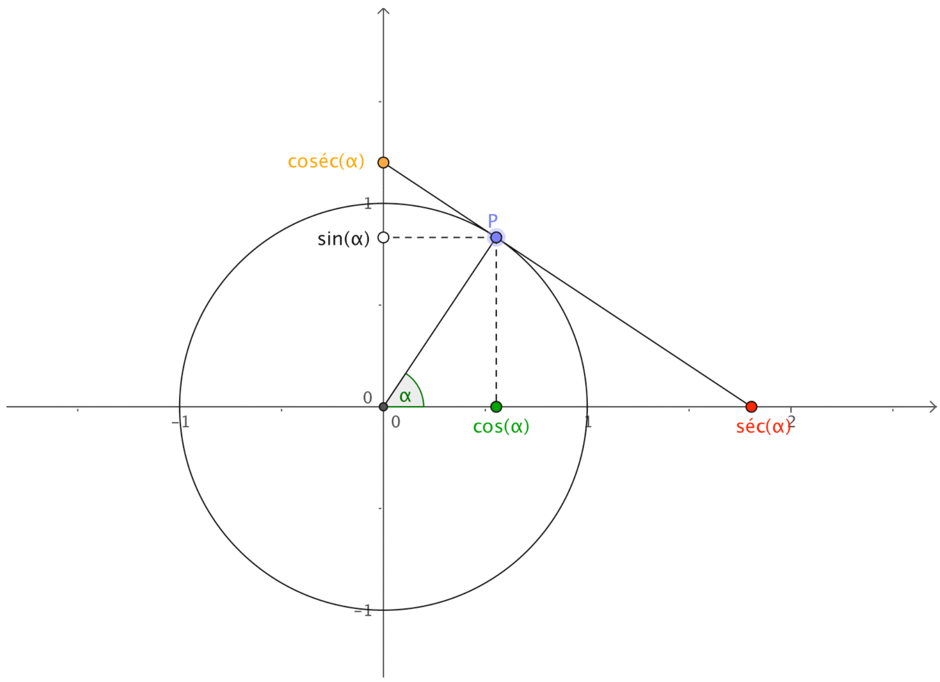
Inverses

$\cos\alpha$ et $\text{séc}\,\alpha$ sont inverses.



Ce schéma nous fournit une méthode pour transformer x en $\dfrac{1}{x}$ sur l'axe des x.

De la même manière, $\sin\alpha$ et $\text{coséc}\,\alpha$ étant inverses, on a une méthode (la même) pour transformer y en $\dfrac{1}{y}$ sur l'axe des y.



Inversion du cercle dit trigonométrique.

On se propose de rechercher, dans le plan cartésien équipé d'un repère orthonormé,

l'ensemble L des points dont les coordonnées sont les inverses des coordonnées des points du cercle $\Gamma(0,1)$ de centre (0,0) et de rayon 1

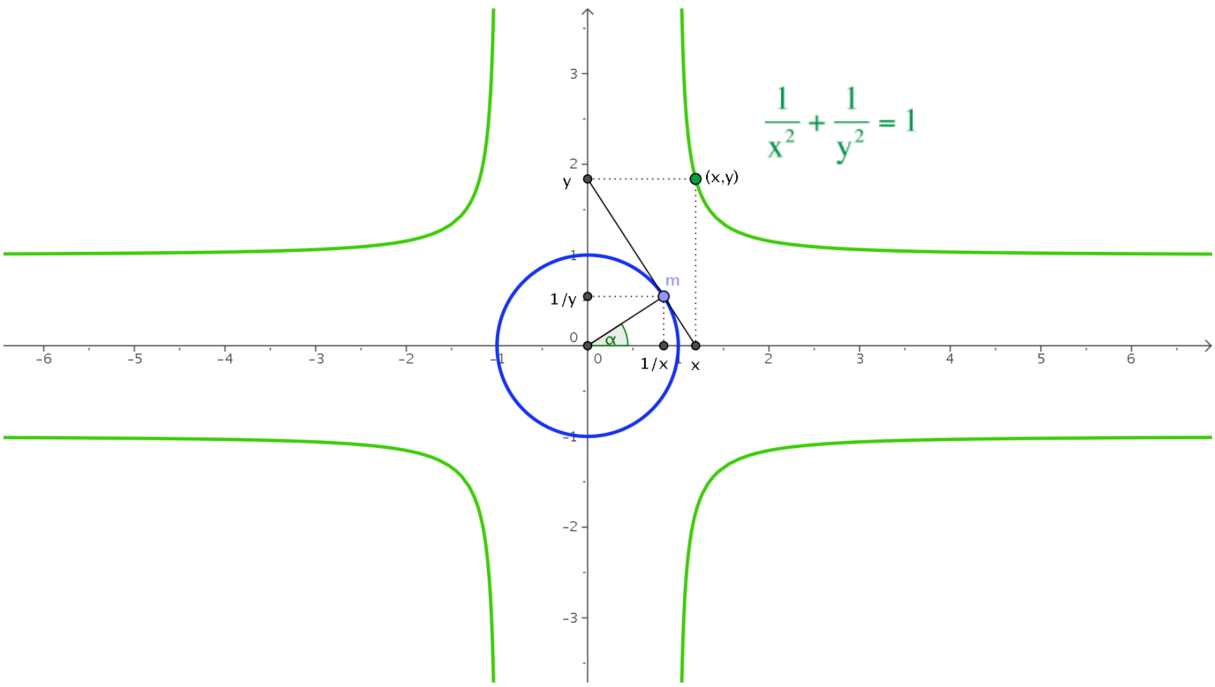
ou encore

l'image L du cercle trigonométrique $\Gamma(0,1)$ par la fonction $i:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,(x,y) \mapsto \left(\frac{1}{x},\frac{1}{y}\right)$.

Calculons :

$$L = \left\{(x,y)\middle|\left(\frac{1}{x},\frac{1}{y}\right) \in \Gamma(0,1)\right\} = \left\{(x,y)\middle|\left(\frac{1}{x}\right)^2 + \left(\frac{1}{y}\right)^2 = 1\right\} = \left\{(x,y)\middle|x^2 + y^2 = x^2 \cdot y^2\right\}.$$

Il s'agit donc de la courbe d'équation $x^2 + y^2 = x^2 \cdot y^2$.
On l'appelle la ***courbe cruciforme*** et son graphe s'obtient facilement en appliquant la méthode décrite à la page précédente.



Cette courbe fut étudiée par Terquem en 1847 et Schoute en1883.
En anglais, elle est aussi appelée : ***policeman on point-duty curve*** (courbe du flic au carrefour...)