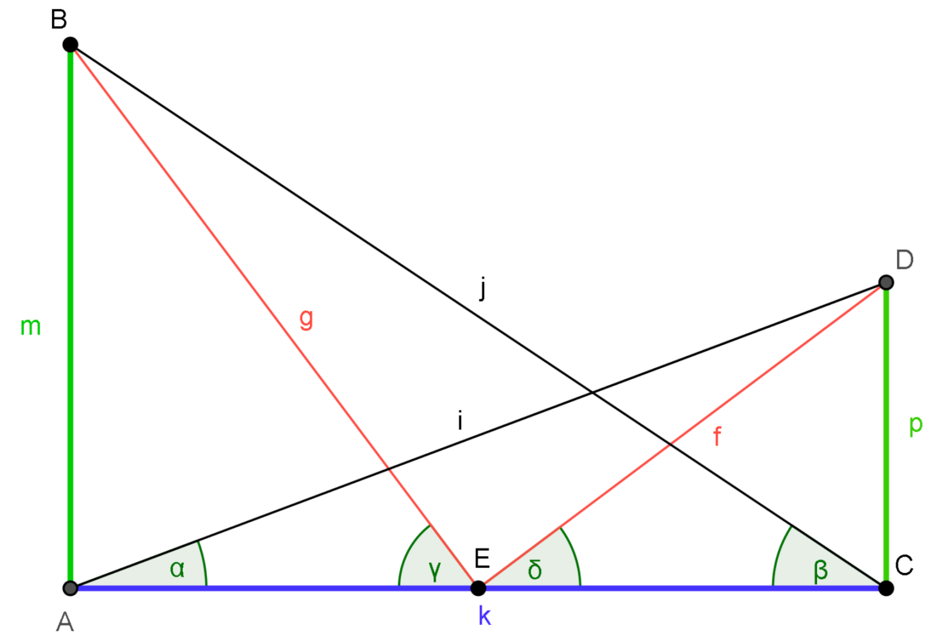
Deux tours verticales, de hauteurs respectives m et p, sont disposées sur une place horizontale à une distance k l'une de l'autre.
En comparant les angles sous lesquels on voit l'une à partir du pied de l'autre, on constate que l'un est le double de l'autre. On observe aussi que les angles sous lesquels on voit les deux tours quand on se situe à mi-chemin entre leurs pieds sont complémentaires.
Calculez les hauteurs m et p des tours en fonction de k.

Faisons un schéma de la situation :



On constate que $m = k \cdot \mathrm{tg}\beta$ et que $\boxed{p = k \cdot \mathrm{tg}\alpha}$. (Il suffit d'observer les triangles BAC et DCA).

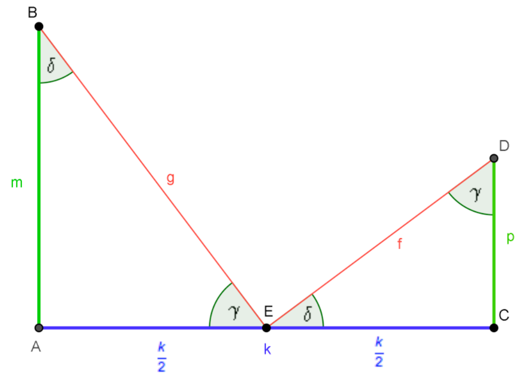
L'énoncé nous dit que $\beta = 2\alpha$. Dès lors $\boxed{m = k \cdot \mathrm{tg}2\alpha}$

L'énoncé nous apprend aussi que γ et δ sont complémentaires.

On en déduit que les triangles BAE et ECD sont semblables.

Par conséquent : $\dfrac{m}{k/2} = \dfrac{k/2}{p}$

et $\boxed{mp = \dfrac{k^2}{4}}$



On peut maintenant calculer :

$$\frac{k^2}{4} = k\mathrm{tg}2\alpha \cdot k\mathrm{tg}\alpha \ ; \ \ \frac{1}{4} = \frac{2\mathrm{tg}\alpha}{1-\mathrm{tg}^2\alpha}\mathrm{tg}\alpha \ ; \ \ 1-\mathrm{tg}^2\alpha = 8\mathrm{tg}^2\alpha \ ; \ \ \mathrm{tg}^2\alpha = \frac{1}{9} \ ; \ \ \mathrm{tg}\alpha = \frac{1}{3}$$

On en déduit : $\boxed{p = \dfrac{k}{3} \ \text{et} \ m = \dfrac{3k}{4}}$.