# Et encore quelques exercices de Trigonométrie…

1. A l'aide des formules d'addition, calculez: sin 15°, sin 75°, cos 15°, cos 75°, tg 15° et tg 75°.

   Déterminez ensuite les produits sin 15° · sin 75°, cos 15° · cos 75° et tg 15° · tg 75°.
   Que dire de ces produits ?

2. Les angles a et b étant aigus, calculez sin(a + b), cos(a – b), tg(a + b) et cotg(a – b), sachant que $\sin a = \frac{4}{5}$ et $\cos b = \frac{1}{3}$.

3. Vérifiez les identités suivantes:

   a) $(\cos a - \sin a)(\cos 2a - \sin 2a) = \cos a - \sin 3a$

   b) $\dfrac{\cos 2a}{\text{séc}\, a} - \dfrac{\sin 2a}{\text{coséc}\, a} = \cos 3a$

   c) $\dfrac{\text{tg}(a-b) + \text{tg}\, b}{1 - \text{tg}(a-b)\,\text{tg}\, b} = \text{tg}\, a$

   d) $\dfrac{\text{tg}^2 2a - \text{tg}^2 a}{1 - \text{tg}^2 2a \cdot \text{tg}^2 a} = \text{tg}\, 3a \cdot \text{tg}\, a$

   e) $1 + \text{tg}\, 2a \cdot \text{tg}\, a = \text{séc}\, 2a$

   f) $\text{séc}\, 2a = \dfrac{\text{cotg}^2 a + 1}{\text{cotg}^2 a - 1}$

   g) $\dfrac{\sin(a-b)}{\cos a \cdot \cos b} + \dfrac{\sin(b-c)}{\cos b \cdot \cos c} + \dfrac{\sin(c-a)}{\cos c \cdot \cos a} = 0$

   h) $\dfrac{\text{cotg}\, a - 1}{\text{cotg}\, a + 1} = \dfrac{1 - \sin 2a}{\cos 2a}$

   i) $\text{tg}\, 3a - \text{tg}\, 2a - \text{tg}\, a = \text{tg}\, 3a \cdot \text{tg}\, 2a \cdot \text{tg}\, a$

   j) $\dfrac{2\,\text{tg}^2 a}{1 + \text{tg}^4 a} = \dfrac{\text{tg}^2 2a}{2 + \text{tg}^2 2a}$

4. Sachant que a, b et c sont les angles d'un triangle, vérifiez:

   a) $\sin^2 a + \sin^2 b + \sin^2 c - 2\cos a \cos b \cos c = 2$

   b) $\dfrac{\cos a}{\sin b \sin c} + \dfrac{\cos b}{\sin c \sin a} + \dfrac{\cos c}{\sin a \sin b} = 2$

   c) $\dfrac{\text{tg}\, b + \text{tg}\, c}{\sin 2a} = \dfrac{\text{tg}\, c + \text{tg}\, a}{\sin 2b} = \dfrac{\text{tg}\, a + \text{tg}\, b}{\sin 2c}$

5. Si a + b = c, vérifiez l'égalité $\cos^2 a + \cos^2 b + \cos^2 c - 2\cos a \cos b \cos c = 1$.

6. Vérifiez l'identité $\text{tg}(a-b) + \text{tg}(b-c) + \text{tg}(c-a) = \text{tg}(a-b) \cdot \text{tg}(b-c) \cdot \text{tg}(c-a)$.

7. Si a + b + c + d = 2π, vérifiez les relations

   a) $\sin a + \sin b + \sin c + \sin d = 4 \sin \dfrac{a+b}{2} \sin \dfrac{b+c}{2} \sin \dfrac{c+a}{2}$

   b) $\cos a + \cos b + \cos c + \cos d = 4 \cos \dfrac{a+b}{2} \cos \dfrac{b+c}{2} \cos \dfrac{c+a}{2}$

8. Résolvez les équations élémentaires que voici et représentez leurs solutions sur le cercle trigonométrique:

a) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ c) $\mathrm{tg}x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

d) $\mathrm{cotg}x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ e) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ f) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

g) $\mathrm{tg}x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ h) $\mathrm{cotg}x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ i) $\sin 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

j) $\cos 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ k) $\mathrm{tg}2x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ l) $\sin 4x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

m) $\cos 3x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ n) $\mathrm{tg}2x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

9. Résolvez les équations suivantes et représentez leurs solutions sur le cercle trigonométrique:

a) 1) $\sin x = 0,32$ 2) $\cos x = 0,473$ 3) $\mathrm{tg}x = 2,637$

b) 1) $\sin x = -0,32$ 2) $\cos x = -0,473$ 3) $\mathrm{tg}x = -2,637$

c) 1) $\sin 2x = 0,32$ 2) $\cos 3x = 0,473$ 3) $\mathrm{tg}2x = 2,637$

d) 1) $\sin 2x = -0,32$ 2) $\cos 3x = -0,473$ 3) $\mathrm{tg}2x = -2,637$

10. Résolvez et représentez les solutions sur le cercle trigonométrique:

a) $3\cos^2 x + 2\sin^2 x = 2,75$

b) $\cos x = \sin^2 x - \cos^2 x$

c) $\mathrm{tg}x - \mathrm{cotg}x = 1$

d) $\cos 2x = \cos x + 1$

e) $\mathrm{tg}3x + \mathrm{tg}x = 0$

f) $\sin 2x + \cos 2x = \sqrt{2} \cdot \sin x$

11. Résolvez et représentez les solutions sur le cercle trigonométrique:

a) $5\sin^2 x - 2\cos^2 x - 3\sin x \cos x = 0$

b) $\sin^3 x + \cos^3 x = 1$

c) $2\cos^4 x + \sin x \cos^3 x - \sin^2 x \cos^2 x = 0$

d) $\mathrm{s\acute{e}c}x + \mathrm{cos\acute{e}c}x = 2\sqrt{2}$

e) $\cos x + \sqrt{3}\sin x = 1$

f) $\sin x + \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2}$

g) $2\sin x + 3\cos x = 3$

h) $2\sin x - 3\cos x = 3$

12. Résolvez les inéquations suivantes et représentez leurs solutions sur le cercle trigonométrique::

a) $\cos x < -0,5$

b) $\sin x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\cos^2 x \geq 0,75$

d) $|\cos 2x| < 0,5$

e) $\mathrm{tg}2x \geq \sqrt{2}$

f) $\mathrm{tg}x + \mathrm{cotg}x < 1$

g) $\cos x + \sqrt{3}\sin x - 1 > 0$

h) $\frac{2\cos x - 5\sin x}{\cos x} \geq 0$

i) $\sin x + \cos x > 0$

j) $2\sin^2 \frac{x}{2} - \sin\frac{x}{2} - 1 \geq 0$

k) $2\sin x + 2\cos x > \sqrt{3}$