

Etude des variations de $f(x) = \frac{x^3 + x + 1}{x^2}$

I. Etude de f

$$\text{dom}f = \mathbb{R}_0$$

La fonction f admet une racine : $-0,68$.

Si on ne dispose pas d'une calculatrice évoluée, on peut toujours rechercher cette racine par dichotomie.

$$f \cap X = \{(-0,682 ; 0)\} \text{ et } f \cap Y = \emptyset$$

$$AV \equiv x = 0.$$

Il n'y a pas de AH.

Il y a une AO d'équation $y = x$ en $+$ et en $-$ l'infini.

II. Etude de f'

$$\text{On calcule } f'(x) = \frac{x^3 - x - 2}{x^3}$$

Le numérateur de f' admet pour racine le réel 1,52. (Même remarque que plus haut).

Tableau du signe de f'

| | | | | | |
|---------------|---|-----|---|------|---|
| x | | 0 | | 1,52 | |
| $x^3 - x - 2$ | - | -2 | - | 0 | + |
| x^3 | - | 0 | + | + | + |
| $f'(x)$ | + | /// | - | 0 | + |

III. Etude de f''

$$\text{On calcule } f''(x) = \frac{2(x+3)}{x^4}$$

Tableau du signe de f''

| | | | | | |
|----------|---|----|---|-----|---|
| x | | -3 | | 0 | |
| $2x+6$ | - | 0 | + | 6 | + |
| x^4 | + | + | + | 0 | + |
| $f''(x)$ | - | 0 | + | /// | + |

IV. Tableau récapitulatif

| | | | | | | | | | |
|----------|---------------|----------------------|--------------|----------------------|---------------|----------------------|-------------|----------------------|---------------|
| x | $-\infty$ | | -3 | | 0 | | 1,52 | | $+\infty$ |
| $f''(x)$ | | - | 0 | + | /// | + | + | + | |
| $f'(x)$ | | + | +0,96 | + | /// | - | 0 | + | |
| f(x) | AO $y = x$ | \cap \nearrow | PIO -3,22 | \cup \nearrow | AV $x = 0$ | \cup \searrow | min 2,61 | \cup \nearrow | AO $y = x$ |

V. Graphe cartésien

voir page suivante

