Mathématiques, Mathématique
par François Le Lionnais
Dictionnaire des Mathématiques
Presses Universitaires de France, 1983.

Mathématiques ou Mathématique ? Du point de vue de ce dictionnaire, les deux sans aucun doute, les mathématiques représentant une réunion d'aspects locaux, la mathématique, se fondant sur la croyance ou l'hypothèse qu'il existe un aspect global.

On peut être séduit par la célèbre définition de Bertrand Russell: « Une science dans laquelle on ne sait jamais de quoi on parle, ni si ce que l'on dit est vrai. »
Mais, en vérité, on sait bien de quoi on parle: de relations, de structures; et on espère que ce qu'on dit est non contradictoire (les mathématiques appliquées entendant en outre, au-delà de la cohérence interne, fournir des moyens de mieux approcher la réalité dans les autres sciences et d'augmenter le champ et l'efficacité des techniques).
Finalement la thèse de Henri Poincaré: « Donner le même nom à des choses différentes », si elle ne suffit pas pour pouvoir être proposée comme définition des mathématiques, met en lumière un de leurs mécanismes les plus importants par sa fécondité.

Les mathématiques se sont constituées et modelées sous l'action de trois forces disparates qui n'ont jamais cessé d'être à l'oeuvre et sont sans doute caractéristiques de l'Homo Sapiens. La première est l'étude de la nature et la recherche des meilleurs moyens d'en tirer parti. La seconde s'attache aux relations qui se dégagent de ces enquêtes. La troisième est une sensibilité esthétique désintéressée.

L'étonnante réussite des mathématiques provient sans doute du fait que, malgré les différences qui séparent les deux premières tendances, il leur arrive curieusement et assez souvent de s'accorder, parfois même de se renforcer mutuellement. Or, qu'ils proviennent des heurts avec le monde extérieur (dont le psychisme humain fait partie si son étude est conduite objectivement) ou des défis que la pensée se lance à elle-même ce sont les problèmes qui assurent la vitalité des mathématiques et les contraignent au progrès; et notamment des problèmes que l'on pourrait qualifier, sans connotation péjorative, d'artificiels en ce sens qu'ils sont dérivés -par simple goût du jeu ou curiosité - de ceux que la nécessité avait imposés.

Ainsi sont nées, chacune ignorant l'autre lorsqu'elles étaient au berceau, les deux grandes disciplines traditionnelles sur l'humus desquelles se sont développées toutes les mathématiques: l'arithmétique (comprenant le calcul sur les nombres) et la géométrie (comprenant les techniques de dessin des figures simples). Elles devaient être rejointes par des disciplines déjà mixtes comme l'algèbre (au sens de théorie des équations), la théorie des fonctions, l'analyse et, beaucoup plus tard, le calcul des probabilités.

Deux caractéristiques devaient contribuer à donner aux mathématiques une physionomie qui, avec le temps, n'a fait que se renforcer. D'une part, le passage de l'approche intuitive, empirique, en étroit contact avec le concret, qui marque leurs débuts, à un traitement rigoureux et déductif seul convenable pour des sujets de réflexion de plus en plus abstraits. D'autre part, la découverte de similitudes étonnantes entre des régions en apparence fort dissemblables des domaines explorés. Par exemple des relations arithmétiques remarquables surgissant dans l'étude des figures géométriques élémentaires, puis une étroite correspondance entre la liste des coordonnées des points de ces figures et leurs propriétés globales, correspondance affinée par l'introduction de la notion d'infiniment petit.

Le nombre croissant de ces passerelles, parfois entrecroisées, faisait pressentir une unité sous-jacente derrière la multiplicité originelle. L'avènement de la théorie des ensembles (élargie par la théorie des classes) et de la théorie des catégories mit cette unité en lumière et permit de dégager des relations et des structures fondamentales très générales (lois ou règles de composition, d'ordre, combinatoires, topologiques) dont les associations visaient à reconstituer les chapitres traditionnels, à en faire naître de nouveaux et à faire perdre I'S du pluriel au mot: Mathématiques.

Mais, en même temps qu'elles pouvaient paraître sur le point d'atteindre la terre promise de l'unité, la prise de conscience, par une logique mathématique renouvelée et algébrisée, de la nature hypotético-déductive de la mathématique invitait à construire, à partir d'axiomatiques différentes, d'autres géométries, d'autres arithmétiques, d'autres théories des ensembles (ou des classes). Ainsi, mais dans un sens bien différent le mot Mathématique pouvait de nouveau réclamer I'S du pluriel. Les rapports de subordination de la Mathématique et de la Logique font d'ailleurs encore discussion (mais c'est un débat dont la majorité des mathématiciens et surtout des usagers des mathématiques semble se désintéresser) selon que l'on considère la Mathématique comme une branche de la Logique - voire, à la limite, comme une syntaxe sans sémantique - ou la Logique comme une branche de la Mathématique, ou ces deux disciplines comme indépendantes quoique évidemment très liées en raison de leur caractère hautement formalisable.

De nos jours, avec ou sans S, la (ou les) Mathématique(s), tout en contribuant avec efficacité aux progrès des sciences expérimentales et des applications techniques, manifeste toujours une vitalité qui sait s'enrichir des difficultés qu'elle rencontre, que ce soit en cherchant à coller au monde extérieur ou en butant sur les obstacles qu'elle se forge elle-même; et (quoique leur non-contradiction ne semble pas démontrable du moins à partir de leurs fondements) elle témoigne en même temps d'une force interne qui tend à maintenir, voire à renforcer, leur unité ou tout au moins leur solidité devant des menaces d'éclatement.