# LA FONCTION LOGARITHME

Outre les fonctions linéaires (ou quadratiques) sur lesquelles raisonne Oresme, bien d'autres fonctions sont peu à peu inventées et caractérisées au XVI' et au XVII'siècle. Ainsi, au tout début du XVII'siècle, l'Écossais John Napier (ou Neper) introduit les logarithmes.
En termes modernes, la liaison fonctionnelle réalisée par Neper est la suivante:

$$y = 10^7 \ln \frac{10^7}{x}$$

Autrement dit, si y = N (x), le résultat de N appliqué au produit ab est:

$$N(a\,b) = N(a) + N(b) - \ln 10^7$$

On ne dispose donc pas d'un passage automatique d'un produit en somme, vu la présence d'un terme constant parasite. En revanche, il y a transformation d'une suite géométrique en x en une suite arithmétique en y; c'est là que réside le succès de la méthode de Napier, qui est une méthode algorithmique de calcul.
Briggs introduira systématiquement le logarithme décimal quelques années plus tard (1624), évitant le terme parasite. Les textes de Briggs et de Neper étant assez difficiles à suivre, nous donnons un extrait d'une présentation de tables numériques par J. Ozanam (1685); celui-ci explique avec pédagogie la construction d'une table de logarithmes, se fondant sur la propriété de transformation, par le logarithme, d'un produit en somme. Il établit cette propriété à l'aide de la «définition» du logarithme qui transforme une suite géométrique en une suite arithmétique.

## *J. OZANAM: la construction d'une table de logarithmes.*

Les logarithmes sont des nombres en proportion arithmétique, correspondant à d'autres nombres en proportion géométrique, desquels ils sont appelés logarithmes. Comme il est libre de prendre telle progression que l'on voudra, on choisira la plus commode, qui est de prendre la progression décimale pour la progression géométrique et la progression des nombres naturels pour l'arithmétique, en sorte que, pourtant, le premier nombre arithmétique, qui répond au premier géométrique, ou à l'unité, soit 0, c'est-à-dire que le logarithme de l'unité soit 0, pour rendre l'usage des logarithmes plus facile: comme vous le voyez dans cette table,

| Prop. geom. | Prop. Arith. |
|---|---|
| 1 | 0. 0000000 |
| 10 | 1. 0000000 |
| 100 | 2. 0000000 |
| 1000 | 3. 0000000 |
| 10000 | 4. 0000000 |
| 100000 | 5. 0000000 |
| 1000000 | 6. 0000000 |

où le logarithme de 1 est 0, de 10 est 1, de 100 est 2, de 1000 est 3 et ainsi de suite; et parce que, dans la pratique, on a besoin des logarithmes des nombres moyens 2, 3, 4, 5, etc., et que ces logarithmes ne peuvent être exprimés qu'en fractions, on se servira aussi de la progression décimale pour la facilité du calcul, en ajoutant un certain nombre de zéros à chaque terme de la progression arithmétique, plus ou moins selon que l'on voudra avoir des logarithmes plus ou moins exacts, comme vous voyez ici. Ainsi, nous supposerons que le logarithme de 10 est 1,0000000, que le logarithme de 100 est 2,0000000, celui de 1 000 est 3,0000000, etc., en suite de quoi il faut trouver les logarithmes des nombres moyens 2, 3, 4, 5, etc., ce que nous ferons après avoir expliqué la nature et les propriétés des logarithmes dans les propositions suivantes.
[…]

*Proposition.- La somme des logarithmes de deux nombres entiers est égale au logarithme de leur produit, lorsque le logarithme de l'unité est 0.*

Proposons par exemple les deux nombres entiers 4, 6, dont le produit est 24. Je dis que le logarithme de 24 est égal à la somme des logarithmes de 4 et de 6, le logarithme de l'unité étant 0. Car, puisque 24 est le produit de 4 et de 6, ces quatre nombres 1, 4, 6, 24 seront en proportion géométrique, c'est pourquoi leurs logarithmes seront en proportion arithmétique, et la somme des deux extrêmes, c'est-à-dire la somme des logarithmes de 1 et de 24, sera égale à la somme des deux moyens ou à la somme des logarithmes de 4 et de 6, et parce qu'on suppose que le logarithme de 1 est 0, le seul logarithme de 24 sera égal à la somme des logarithmes de 4 et de 6, qui produisent 24. Ce qu'il fallait démontrer. […]

*Trouver le logarithme d'un nombre proposé.*

Pour trouver le logarithme d'un nombre donné, comme par exemple de 9: parce que ce nombre 9 est entre les nombres 1, 10, dont les logarithmes sont connus, savoir 0,0000000 et 1,0000000, ou 0,00000000, 1,00000000, en les augmentant chacun d'un zéro, pour avoir plus exactement le logarithme qu'on cherche, faites ainsi.

Entre 1 et 10, augmentez d'autant de zéros que leurs logarithmes en contiennent, comme ici de sept zéros, pour avoir exactement dans le même nombre de figures le logarithme qu'on cherche. Savoir entre A et B, trouvez un moyen géométrique C lequel étant moindre que 9,0000000, il faudra chercher entre le moindre C et le plus grand B, un autre moyen proportionnel D, qui est encore moindre que 9,0000000: c'est pourquoi, entre le moindre D et le plus grand B, on cherchera un troisième moyen proportionnel E, entre lequel et le plus grand B, on trouvera un quatrième moyen proportionnel F, qui est ici encore moindre que 9,0000000: c'est pourquoi il faudra trouver, entre le m'oindre F et le plus grand B, un cinquième moyen proportionnel G, qui se rencontre ici plus grand que 9,0000000, ainsi entre le plus grand G et le prochainement moindre F, on cherchera un sixième moyen proportionnel H qui, étant moindre que 9,0000000, on doit chercher entre ce moindre H et le prochainement plus grand G, un septième moyen proportionnel I, qui est bien plus grand que 9,0000000, mais non pas avec un si grand excès comme le précédent G. C'est pourquoi, en cherchant entre le prochainement moindre et le prochainement plus grand des moyens géométriques proportionnels, on aura des nombres qui approcheront toujours de plus en plus du nombre proposé 9,0000000, lequel enfin se rencontre ici le vingt-sixième moyen proportionnel: après quoi il sera facile de reonnaître son logarithme,car, comme entre les nombres A, B, nous avons trouvé un moyen géométriques proportionnel C, si entre leurs logarithmes on trouve un moyen arithmétique proportionnel, celui ci sera le logarithme du premier moyen géométrique proportionnel C. C'est de la même manière que l'on trouvera les logarithmes de tous les autres moyens géométriques proportionnels et, par conséquent, du dernier 9,0000000, ou du nombre proposé 9, dont le logarithme se trouvera tel, 0,95424251.

C'est de cette même manière qu'on trouvera les logarithmes des autres nombres entre 1 et 9, et des nombres entre 1 et 100, et des nombres entre 100 et 1000, et ainsi de suite: mais on pourra trouver avec beaucoup de facilité les logarithmes des nombres composés, par l'addition des logarithmes des nombres qui les composent, comme il est évident par ce qui a été dit dans la proposition. C'est pourquoi on doit chercher premièrement les logarithmes des nombres premiers, pour trouver ensuite les logarithmes des nombres composés, comme il vient d'être dit. Ainsi, ajoutant les logarithmes de 4 et de 6, ou de 3 et de 8, on aura le logarithme de 24, etc.

---

ce texte est tiré de
*Mathématiques au fil des âges,* IREM Groupe Epistémologie et Histoire, Gauthier-Villars, 1987.