Réunion*

> Pour tout ensemble $\mathcal{E}$ d'ensembles,
> Réunion de $\mathcal{E}$ = $\bigcup\mathcal{E} \triangleq$ Ensemble des éléments des éléments de $\mathcal{E}$

EX1 : ▶ A, B des ensembles
$\bigcup\{A,B\} = A \cup B = B \cup A$

EX2 : $\bigcup\varnothing = \varnothing$ et $\bigcup\{A\} = A$

EX3 : ▶ $\mathcal{D}$ l'ensemble des droites du plan usuel π
$\bigcup\mathcal{D} = \pi$

EX4 : ▶ $\mathcal{D}_c$ l'ensemble des droites de π comprenant le point c
$\bigcup\mathcal{D}_c = \pi$

EX5 : ▶ $\mathrm{dir}D$ l'ensemble des droites de π parallèles à la droite D
$\bigcup\mathrm{dir}D = \pi$

EX6 : ▶ $\Delta = \left\{\mathrm{dir}D \middle| D \in \mathcal{D}\right\}$ = l'ensemble des directions de π
$\bigcup\Delta = \mathcal{D}$

EX7 : En plan euclidien π, on donne la droite A et le point $b \notin A$.
Calculer $\bigcup\limits_{a\in A}[ba] = \bigcup\{[ba] | a \in A\}$.
Dessiner cette réunion en utilisant la convention vert-rouge.

EX8 : Pour tout ensemble d'ensembles $\mathcal{E}$, ordonné par l'inclusion :
$\mathcal{E}$ est maximé ssi $\bigcup\mathcal{E} \in \mathcal{E}$ et le maximum éventuel $\max\mathcal{E}$ égale la réunion $\bigcup\mathcal{E}$.

EX9 : Pour tout ensemble d'ensembles $\mathcal{E}$, ordonné par l'inclusion :
$\mathcal{E}$ est minimé ssi $\bigcap\mathcal{E} \in \mathcal{E}$ et $\min\mathcal{E} = \bigcap\mathcal{E}$ s'il existe.

EX10 : Notant $\wp E$ l'ensemble des parties de l'ensemble E :
$\bigcup\mathcal{P}E = E$ (la fonction $\bigcup\mathcal{P}$ est identique).
$\mathcal{E} \subset \mathcal{P}\bigcup\mathcal{E}$
si $\mathcal{E} \subset \mathcal{P}\mathcal{E}$ alors $\bigcup\mathcal{E} \in \mathcal{P}E$
$\mathcal{P}\bigcup\mathcal{P} = \mathcal{P}$ et $\bigcup\mathcal{P}\bigcup = \bigcup$

EX11 : John von Neumann (1903-1957) définit les nombres naturels de la manière suivante :
$0 = \varnothing$; $1 = \{0\}$; $2 = \{0,1\}$; $3 = \{0,1,2\}$; … ; $\omega = \{0,1,2,3, \dots\}$
On observe :
$0 \in 1 \in 2 \in 3 \in \dots \in \omega$
$0 \subset 1 \subset 2 \subset 3 \subset \dots \subset \omega$
$\forall n \in \omega : n + 1 = n \bigcup \{n\}$
$\bigcup 0 = \varnothing$; $\bigcup 1 = 0$; $\bigcup 2 = 1$; $\bigcup 3 = 2$; … ; $\bigcup\omega = \omega$.

EX12 : Pour tout ensemble A, on définit $A^+ = A \bigcup \{A\}$. A^+ est appelé le successeur de A.
Justifiez cette appellation.
$\bigcup A^+ = A$.

* PAPY, *Du plan usuel à la topologie*, Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique, 1974.